



دار الحدا



المصف الأول  
الإعدادي  
الفصل الدراسي الثاني

1

20  
25

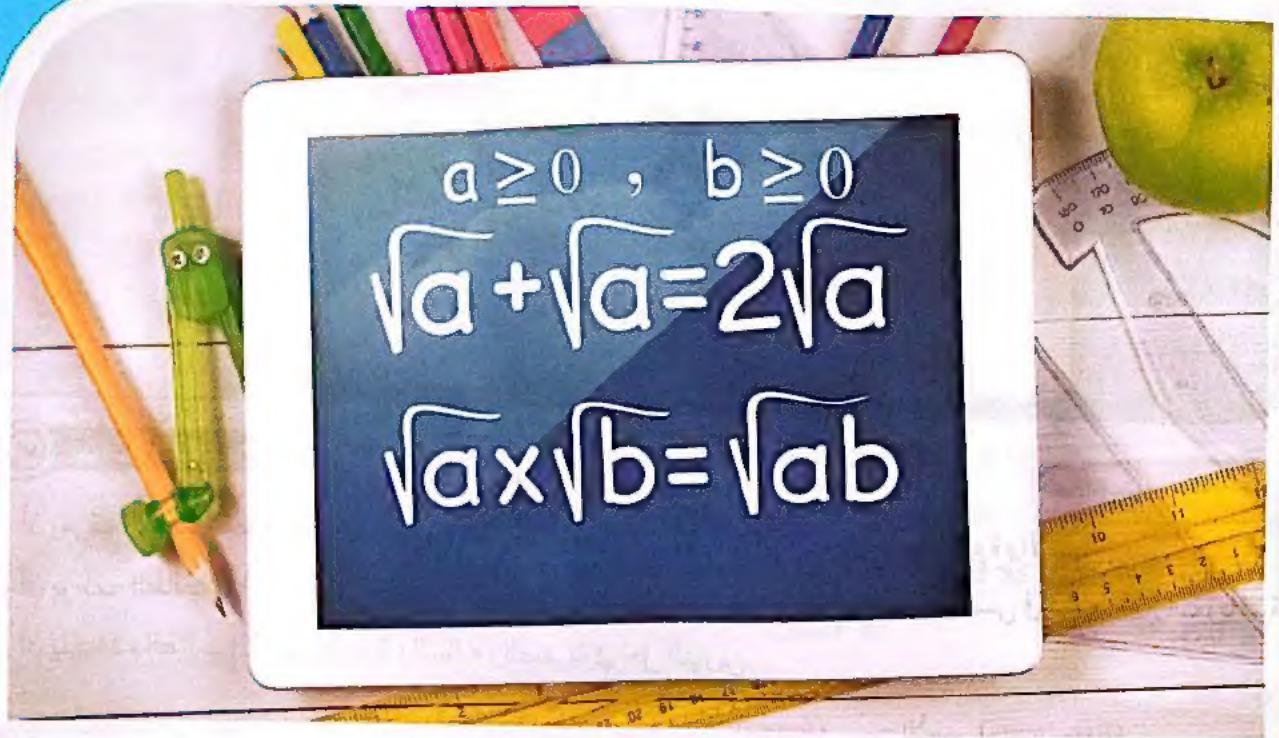
دار الحدا





# القوى والأسس والجذور

الوحدة  
الأولى



## دروس الوحدة

الدرس الأول: القوى والأسس (Powers and Exponents)

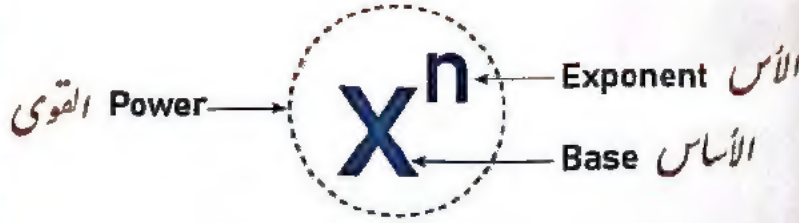
الدرس الثاني: الصيغة العلمية (Scientific Notation)

الدرس الثالث: الجذور التربيعية والجذور التكعيبية (Square Roots and Cubic Roots)

يستخدم الذكاء الاصطناعي (AI) في تطوير تطبيقات تفاعلية لتحسين عمليات التعليم والتعلم.  
• فهل يمكن تطوير آليات الذكاء الاصطناعي (AI) لإجراء عمليات حسابية معقدة تتضمن الأسس والجذور؟

القيم:		القضايا والمهارات الحياتية:	
- المسؤولية.	- الاحترام.	- التفاهم الرياضي.	- التواصل الرياضي.
- الانتماء.	- المثابرة.	- التفكير الإبداعي.	- تكنولوجيا المعلومات.
- العدالة.			- التفكير الناقد.





## نواتج التعلم

- أن يعرف الطالب مفهوم الضرب المتكرر والصورة الأسية.
- أن يميز الطالب بين مفهوم القوة والأس.
- أن يستخدم الطالب قوانين الأسس في حل التمارين.
- أن يستخدم الطالب الأسس الموجبة والسالبة والصفرية في حل التمارين.

- الضرب المتكرر (Repeated Multiplication)  
- القوة (Power)  
- الأسس (Exponents)  
- الأساس (Base)

## مفردات أساسية

## فكر وناقش

سبق تحليل العدد 24 لعوامله الأولية باستخدام شجرة العوامل كالآتي:



وبالتالي فإن العوامل الأولية للعدد 24 هي: 2، 2، 2، 3

ونكتب:  $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

فإن:  $2^3 \times 3 = 24$

وأن الأس: هو العدد الذي يحدد كم مرة يضرب فيها العدد في نفسه.

القوة: هي النتيجة التي نحصل عليها بعد وضع الأس على الأساس.

فمثلاً:  $3^4 = 81$

هنا الأس 4، القوة هي  $3^4$  وناتج الضرب هو 81

## تعلم 1 ضرب المتكرر والصورة الأسية:

يمكن التعبير عن ضرب العوامل المتكررة بالقوى أو الصورة الأسية؛ أى باستخدام أس وأساس.



الأس يوضح عدد مرات استخدام الأساس كعامل  $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$  ← 3 عامل مكرر 5 مرات

الأساس هو العامل المتكرر بالضرب

⚠️ لاحظ أن

إذا كان  $n$  عددًا صحيحًا موجبًا، فإنه لاى عدد  $a$  يكون:

$$\underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots \times a}_n = a^n$$

$3^5$  هي الصورة الأسية للعدد 243 وتقرأ 3 مرفوعة إلى الأس 5

أو «3 أس 5» وتعنى أن «3 مضروبة في نفسها 5 مرات»

**مثال 1** اكتب كلاً مما يأتى باستخدام الأسس:

$$(-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x) \quad 2$$

$$5 \times 5 \times b \times b \times b \times 5 \times 5 \quad 4$$

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \quad 1$$

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \quad 3$$

**الحل**

$$\triangleright (-x) \times (-x) \times (-x) \times (-x) = (-x)^4 \quad 2$$

$$\triangleright 5 \times 5 \times b \times b \times b \times 5 \times 5 \quad 4$$

$$= 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times b \times b \times b = 5^4 \times b^3$$

$$\triangleright 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$$

$$\triangleright \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \quad 3$$

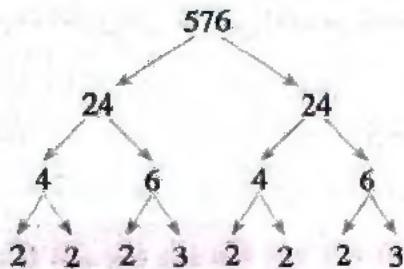
**مثال 2** اكتب كلاً مما يأتى في الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عدداً أولياً:

$$576 \quad 3$$

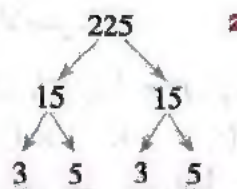
$$225 \quad 2$$

$$120 \quad 1$$

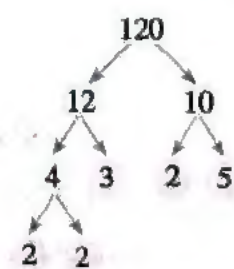
**الحل**



$$576 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^6 \times 3^2$$



$$225 = 3 \times 5 \times 3 \times 5 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2$$



$$120 = 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 5 = 2^3 \times 3 \times 5$$

**مثال 3** إذا كانت  $x = 2$ ،  $y = -3$  فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتى:

$$(xy)^3 \quad 4$$

$$(x+y)^3 \quad 3$$

$$x^2 + y^2 \quad 2$$

$$(5x)^2 \quad 1$$

**الحل**

$$\triangleright (x+y)^3 = [2 + (-3)]^3 = (-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1 \quad 3$$

$$\triangleright (xy)^3 = [2 \times (-3)]^3 = (-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216 \quad 4$$

$$\triangleright (5x)^2 = (5 \times 2)^2 = (10)^2 = 100 \quad 1$$

$$\triangleright x^2 + y^2 = (2)^2 + (-3)^2 = 4 + (-3) \times (-3) = 4 + 9 = 13 \quad 2$$

⚠️ لاحظ أن

يمكنك استخدام الآلة الحاسبة للتأكد من صحة إجابتك.



## تعلم 2 الأس الزوجي والأس الفردي للأساس السالب:

- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا بينما الأس عدد زوجيًا يكون الناتج عددًا موجبًا.
- عندما يكون الأساس عددًا سالبًا بينما الأس عددًا فرديًا يكون الناتج عددًا سالبًا.

$$\triangleright (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$$

الناتج عدد سالب حيث  $-8 < 0$

$$\triangleright (-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$$

الناتج عدد موجب حيث  $16 > 0$

فمثلاً:

## سؤال 1

1 اكتب كلًا مما يأتي بالصورة الأسية:

$$3 \times x \times x \times 3 \times x \times x \text{ (ب)}$$

$$(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \text{ (أ)}$$

2 باستخدام شجرة العوامل اكتب كلًا مما يأتي في الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عددًا أوليًا:

$$400 \text{ (ب)}$$

$$54 \text{ (أ)}$$

3 إذا كانت  $x = -2$  ،  $y = 3$  فأوجد القيمة العددية لكل مما يأتي:

$$(-x)^5 \text{ (ج)}$$

$$(x + y)^3 \text{ (ب)}$$

$$x^y \text{ (أ)}$$

4 إذا كان  $a$  ،  $b$  عددين صحيحين موجبين، وكان  $a^b = 9$  فأوجد أصغر قيمة ممكنة للمقدار  $a + b$

## تعلم 3 ضرب وقسمة القوى التي لها نفس الأساس

### أولاً قانون ضرب القوى ذات الأساسات المتساوية

لضرب القوى التي لها نفس الأساس نحفظ بالأساس ونجمع الأسس.

$$\triangleright 5^3 \times 5^4 = (5 \times 5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5) = 5^7$$

3 عوامل      4 عوامل      7 عوامل

فمثلاً:

### نقاط هامة

• لأي عدد نسبي  $a$  ، وعددين صحيحين  $m$  ،  $n$  يكون:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\triangleright 3^3 \times 3^2 = 3^{3+2} = 3^5$$

$$\triangleright x^3 \times x^5 = x^{3+5} = x^8$$

• يمكن تعميم قانون الضرب على أكثر من قوتين لهم نفس الأساس.

$$\triangleright 7^5 \times 7^2 \times 7 = 7^{5+2+1} = 7^8$$

### ثانياً قانون قسمة القوى ذات الأساسات المتساوية

لقسمة القوى التي لها نفس الأساس نحفظ بالأساس ونطرح الأسس.

$$\frac{5^8}{5^5} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} = (5 \times 5 \times 5) = 5^3$$

8 عوامل      3 عوامل      5 عوامل

فمثلاً:

• لاى عدد نسبى  $a$  لا يساوى الصفر ، وعددين صحيحين  $m$  ،  $n$  يكون :  $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

فمثلا: ①  $\frac{5^4}{5^3} = 5^{4-3} = 5^1 = 5$  ②  $\frac{a^7}{a^2} = a^{7-2} = a^5$  (حيث  $a \neq 0$ )

③  $\left(\frac{1}{7}\right)^9 \div \left(\frac{1}{7}\right)^6 = \left(\frac{1}{7}\right)^{9-6} = \left(\frac{1}{7}\right)^3$

مثال 4 أوجد الأسس المفقودة فى كل مما يأتى:

1  $x^{\dots} \times x^3 = 1$  (حيث  $x \neq 0$ ) 2  $\frac{a}{a^5} = a^2$  (حيث  $a \neq 0$ ) 3  $\frac{b}{b^{-3}} = b^2$  (حيث  $b \neq 0$ )

الحل

1 الأس المفقود هو  $(-3)$  (لأن:  $x^{(-3)} \times x^3 = x^0 = 1$ ) 2 الأس المفقود هو  $(7)$  (لأن:  $\frac{a^7}{a^5} = a^{7-5} = a^2$ ) 3 الأس المفقود هو  $(-1)$  (لأن:  $\frac{b^{-1}}{b^{-3}} = b^{-1+3} = b^2$ )

مثال 5 أوجد فى أبسط صورة ناتج كل مما يأتى:

1  $\frac{(-3)^7 \times (-3)^6}{(-3)^3 \times (-3)^5}$  2  $\frac{(-7)^7 \times (3)^6}{(-7)^5 \times (3)^4}$  3  $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^8 \div \left(\frac{3}{5}\right)^6\right] \times \frac{3}{5}$

الحل

1  $\frac{(-3)^7 \times (-3)^6}{(-3)^3 \times (-3)^5} = (-3)^{7+6-3-5} = (-3)^5 = -243$  2  $\frac{(-7)^7 \times (3)^6}{(-7)^5 \times (3)^4} = \frac{(-7)^{7+6}}{(-7)^{3+5}} = \frac{(-7)^{13}}{(-7)^8} = (-7)^{13-8} = (-7)^5 = -243$

3  $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^8 \div \left(\frac{3}{5}\right)^6\right] \times \frac{3}{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{8-6} \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right) = \left(\frac{3}{5}\right)^{2+1} = \left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{27}{125}$

2

3

مثال 6 فى مجال تكنولوجيا الكمبيوتر، تعتبر وحدة البايت إحدى الوحدات التى تستخدم لقياس

حجم الملفات، فإذا علمت أن الكيلو بايت يساوى  $2^{10}$  بايت، والجيجا بايت يساوى  $2^{30}$  بايت،

فكم كيلو بايت يحنوى عليها 1 جيجا بايت؟

الحل

الجيجا بايت =  $\frac{2^{30}}{2^{10}}$  كيلر بايت =  $2^{30-10}$  كيلر بايت =  $2^{20}$  كيلو بايت

تعلم 4 الأس الصفرى والأسس الصحيحة السالبة،

$5^3$	$5^2$	$5^1$	$5^0$	$5^{-1}$	$5^{-2}$	$5^{-3}$
125	25	5	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{125}$

$\div 5$   $\div 5$   $\div 5$   $\div 5$   $\div 5$   $\div 5$   $\div 5$

$\rightarrow 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$  ،  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$  ،  $5^{-1} = \frac{1}{5}$  ،  $5^0 = 1$

بملاحظة النمط فى الجدول السابق نجد أن:



• أي عدد لا يساوي الصفر مرفوع للأس صفر يساوي 1

أي أن: لأي عدد  $a$  حيث  $a \neq 0$  يكون:  $a^0 = 1$

فمثلاً:  $(\frac{3}{5})^0 = 1$  ,  $7^0 = 1$  ,  $5^0 = 1$  ,  $(-3)^0 = 1$

• أي عدد لا يساوي الصفر مرفوع للأس  $(-1)$  يساوي المعكوس الضربي للعدد نفسه مرفوع للأس 1 حيث 1 عدد صحيح

أي أن: لأي عدد  $a$  حيث  $a \neq 0$  يكون:  $a^{-1} = \frac{1}{a^1}$

فمثلاً:  $(\frac{5}{7})^{-1} = \frac{7}{5}$  ,  $(\frac{1}{2})^{-5} = 2^5$  ,  $6^{-2} = (\frac{1}{6})^2 = \frac{1}{6^2}$

• القسمة على صفر ليس لها معنى، وعلى هذا فإنه عند وجود رموز في المقام يُشترط ألا تساوي صفراً.

**مثال 7** اختصر لأبسط صورة كل ما يأتي:

حيث  $(b \neq 0)$   $\frac{b^{-9} \times b^{-2}}{b^{-6} \times b^{-4}}$  2

$\frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^3 \times 3^{-4}}$  1

حل آخر

الحل

$\frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^3 \times 3^{-4}} = 3^{5-2-3+4} = 3^4 = 81$

1  $\frac{3^5 \times 3^{-2}}{3^3 \times 3^{-4}} = \frac{3^{5-2}}{3^{3-4}} = \frac{3^3}{3^{-1}} = 3^{3+1} = 3^4 = 81$

$\frac{b^{-9} \times b^{-2}}{b^{-6} \times b^{-4}} = b^{-9-2+6+4} = b^{-1} = \frac{1}{b}$

2  $\frac{b^{-9} \times b^{-2}}{b^{-6} \times b^{-4}} = \frac{b^{-9-2}}{b^{-6-4}} = \frac{b^{-11}}{b^{-10}} = b^{-11+10} = b^{-1} = \frac{1}{b}$

**مثال 8** ضع في أبسط صورة كل ما يأتي:

حيث  $(a \neq 0)$   $\frac{a^{-2} \times a^3 \times a^{-5}}{a^4 \times a^{-6}}$  2

$\frac{-3 \times 5^{-7} \times 2^4}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-8}}$  1

الحل

$\frac{a^{-2} \times a^3 \times a^{-5}}{a^4 \times a^{-6}} = a^{-2+3-5-4+6} = a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

1  $\frac{-3 \times 5^{-7} \times 2^4}{2^3 \times 3^{-1} \times 5^{-8}} = -3^{1+1} \times 5^{-7+8} \times 2^{4-3} = -3^2 \times 5 \times 2 = -9 \times 10 = -90$

**سؤال 2**

1 اكتب كل ما يأتي مستخدماً أسساً موجبة، ثم أوجد الناتج في أبسط صورة:

(أ)  $7^{-2}$  (ب)  $\frac{1}{(10)^{-3}}$

2 ضع في أبسط صورة كل ما من المقادير الآتية:

(أ)  $\frac{x^4 \times x^7}{x^3 \times x^3}$  (حيث  $x \neq 0$ ) (ب)  $\frac{a^{-1} \times a^5 \times a^{-7}}{a^6 \times a^{-3}}$  (حيث  $a \neq 0$ )

3 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أي مما يأتي يساوي خمس العدد  $5^x$  ؟

(أ)  $\frac{1}{5}$  (ب)  $(\frac{1}{5})^x$  (ج)  $5^{x-1}$  (د)  $5^{x+1}$

2  $3x^0 - (3x)^0 = \dots\dots\dots$  (حيث  $x \neq 0$ )

(أ) 3 (ب) 2 (ج) 6 (د) Zero

## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى مما يأتى يساوى:  $5 \times 5 \times 5 \times 5$  ؟

- (أ)  $5 \times 4$  (ب)  $4^5$  (ج)  $5^4$  (د)  $5 + 4$

2 أى مما يأتى يساوى  $(-4)^3$  ؟

- (أ)  $-12$  (ب)  $12$  (ج)  $64$  (د)  $-64$

3 الصورة الأسية للعدد 1000 هى .....

- (أ)  $3^{10}$  (ب)  $10^3$  (ج)  $50^2$  (د)  $10^2$

4  $6\frac{1}{4} = \dots\dots\dots$ 

- (أ)  $(\frac{5}{2})^2$  (ب)  $(\frac{2}{5})^2$  (ج)  $(\frac{5}{2})^3$  (د)  $(\frac{2}{5})^3$

5 أى مما يأتى يساوى  $-3^4$  ؟ .....

- (أ)  $-12$  (ب)  $-7$  (ج)  $81$  (د)  $-81$

6 إذا كان:  $a^{12} + a^{13} = 0$  ، فإن: ..... أو .....  $a = \dots\dots\dots$ 

- (أ)  $2$  أو  $-2$  (ب)  $1$  أو  $-1$  (ج)  $-2$  أو  $1$  (د)  $-1$  أو  $0$

7 إذا كان:  $a = \frac{-3}{4}$  ،  $b = 2$  ، فإن:  $a^b = \dots\dots\dots$ 

- (أ)  $\frac{-9}{16}$  (ب)  $\frac{-16}{9}$  (ج)  $\frac{9}{16}$  (د)  $\frac{16}{9}$

8  $2^2 + 2^2 = \dots\dots\dots$ 

- (أ)  $2^4$  (ب)  $4^2$  (ج)  $4^4$  (د)  $2^3$

9 المعكوس الضربى للعدد  $2^3$  هو .....

- (أ)  $\frac{3}{2}$  (ب)  $\frac{2}{3}$  (ج)  $8$  (د)  $\frac{1}{8}$

10  $2^5 \times 2^3 = \dots\dots\dots$ 

- (أ)  $2^2$  (ب)  $4^8$  (ج)  $2^{15}$  (د)  $2^8$

11  $2^3 + 2^3 = 2 \dots\dots\dots$ 

- (أ)  $20$  (ب)  $4$  (ج) Zero (د)  $16$

12 رُبع العدد  $2^{16}$  يساوى .....

- (أ)  $2^4$  (ب)  $2^{12}$  (ج)  $2^{15}$  (د)  $2^{14}$

13  $(\frac{2}{7})^4 + (\frac{2}{7})^2 = \dots\dots\dots$ 

- (أ)  $\frac{2}{7}$  (ب)  $\frac{7}{2}$  (ج)  $\frac{4}{49}$  (د)  $\frac{49}{4}$



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان:  $3^5 \times 3^4 = 3^x$  فإن:  $x = \dots\dots\dots$ 

(د) 3

(ج) 9

(ب) 1

(أ) 20

2  $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} = \dots\dots\dots$ (د)  $\frac{-27}{8}$ (ج)  $\frac{27}{8}$ (ب)  $\frac{8}{27}$ (أ)  $\frac{-8}{27}$ 3  $a^{-4} + a^{-6} = \dots\dots\dots$  (حيث  $a \neq 0$ )(د)  $a^{10}$ (ج)  $a^2$ (ب)  $a^{-2}$ (أ)  $a^{-6}$ 4 إذا كان:  $x = y$ ، فإن:  $\left(\frac{5}{2}\right)^{x-y} = \dots\dots\dots$ 

(د) Zero

(ج) 1

(ب)  $\frac{2}{5}$ (أ)  $\frac{5}{2}$ 5 أي مما يأتي يساوي  $2^a + 2^a$  ؟(د)  $2^{2a}$ (ج)  $2^{a+1}$ (ب)  $2^a$ (أ)  $4^a$ 

## 2 أكمل كلاً مما يأتي:

1  $7^{-3} \times 7^3 = 5$ 2 إذا كان:  $xy^{-1} = \frac{1}{5}$ ، فإن:  $\frac{y}{x} = \dots\dots\dots$  (حيث  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$ )3 المعكوس الضربي للعدد  $(3)^{-2}$  هو  $\dots\dots\dots$ 4  $7a^{-1} = \dots\dots\dots$  (لجعل الأس موجب، حيث  $a \neq 0$ )5 رُبع العدد  $2^6$  هو  $\dots\dots\dots$ 

## 3 أجب عما يأتي:

1 احسب كلاً مما يأتي في أبسط صورة علماً بأن المقسوم عليه في جميع المسائل لا يساوي صفراً:

(ب)  $\frac{(-3)^2 \times (-3)^5}{(-3)^2 \times (-3)^3}$

(أ)  $\left[\left(\frac{3}{5}\right)^8 + \left(\frac{3}{5}\right)^6\right] \times \frac{3}{5}$

(د)  $\frac{x^7 \times x^{-3}}{x^2}$

(ج)  $\frac{8^{10} \times 8^{-3}}{8^6 \times 8^{-2}}$

2 إذا كانت:  $x = \frac{-2}{3}$ ،  $y = \frac{1}{2}$ ، فأوجد:  $x^{-2} - y^2$ 

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

ابحث و ابتكر

حل امتحانات أكثر

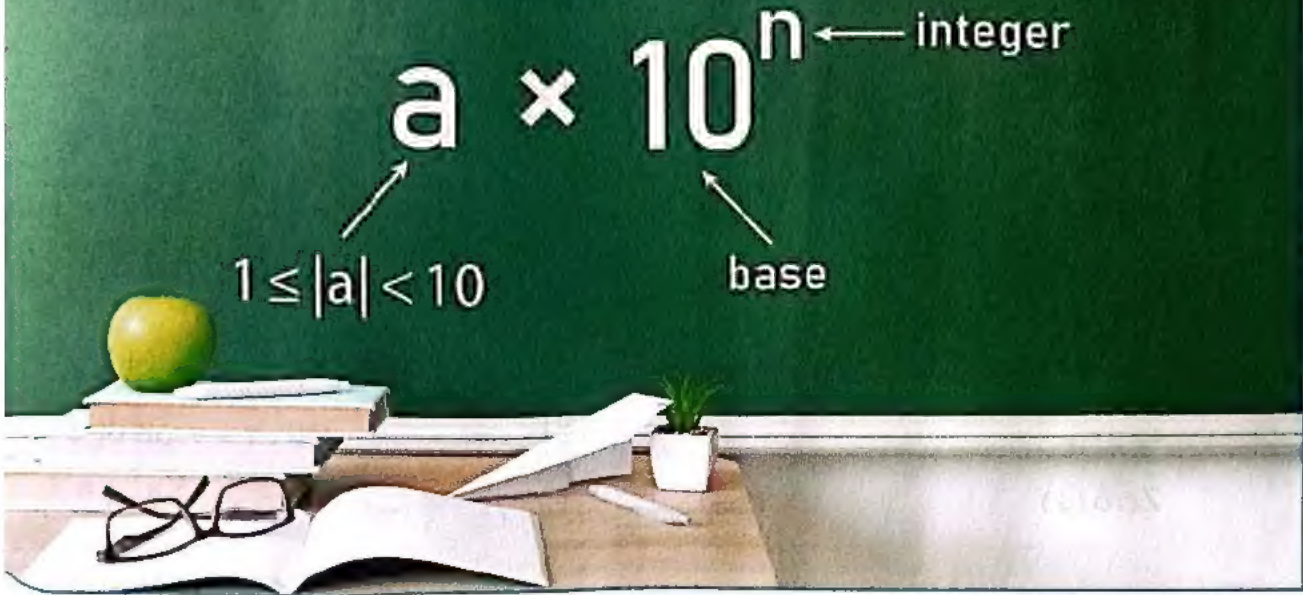
حل تدريبات أكثر

ذاكر شرح الدرس مرة أخرى

تابع مستواك

★★★★★





نواتج التعلم

- يعبر الطالب عن الأعداد باستخدام الصيغة العلمية.
- يحول الطالب العدد من الصورة القياسية إلى الصورة العلمية والعكس.
- يقارن الطالب ويرتب مجموعة من الأعداد في الصيغة العلمية.
- يُجرى الطالب العمليات الحسابية على الأعداد في الصيغة العلمية.

– الصورة القياسية (Standard Form)

– الصيغة العلمية (Scientific Notation)

مفردات أساسية

فكر وناقش:

يصعب أحياناً قراءة وكتابة الأعداد الكبيرة جداً والأعداد الصغيرة جداً.

فمثلاً:

- سرعة الضوء في الفراغ تقريباً 300,000,000 متر في الثانية.
- تبلغ أقرب مسافة بين كوكبي الأرض وزحل على نفس الجانب من الشمس 1,200,000,000 كيلو متر تقريباً.
- طول أصغر حشرة بدون أجنحة في العالم هو  $\frac{138}{1,000,000}$  متر.
- حجم ذرة الهيدروجين 0.000000000106 متر.

ولتسهيل قراءة وكتابة تلك الأعداد سوف نتعلم كيفية التعبير عنها بالصيغة العلمية، وإجراء العمليات عليها؛  
نما سيمكنك من حل مثل هذه المواقف.



هي طريقة لكتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الأعداد الصغيرة جدًا.  
 • يكتب العدد كحاصل ضرب عاملين؛ أحدهما قيمته المطلقة أكبر من أو يساوي 1 وأصغر من 10 ،  
 والآخر أحد قوى العدد 10 الصحيحة.

تعريفها  
 وطريقة كتابتها

$$a \times 10^n$$

حيث:  $n \in \mathbb{Z}$  ،  $1 \leq |a| < 10$

الصيغة العلمية

من أمثلتها:  $5.2 \times 10^9$  ،  $-6.92 \times 10^3$  ،  $-4 \times 10^{-5}$  ،  $1 \times 10^2$  ،  $-3 \times 10^0$

**مثال 1** أي من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟ مع ذكر السبب:

$4.5 \times 10^7$	1	$27.3 \times 10^{-4}$	2	$-8.2 \times 10^{-3}$	3
4 ملايين	4	$6.9 \times 10^{3.5}$	5	$0.64 \times 10^5$	6

**الحل**

- العدد  $4.5 \times 10^7$  مكتوب بالصيغة العلمية  
 السبب: لأن  $1 \leq |4.5| < 10$  ، يحقق المتباينة  $1 \leq |a| < 10$
- العدد  $27.3 \times 10^{-4}$  غير مكتوب بالصيغة العلمية  
 السبب: لأن  $|27.3| \geq 10$  ، لا يحقق المتباينة  $1 \leq |a| < 10$
- العدد  $-8.2 \times 10^3$  مكتوب بالصيغة العلمية  
 السبب: لأن  $1 \leq |-8.2| < 10$  ، يحقق المتباينة  $1 \leq |a| < 10$
- العدد 4 ملايين غير مكتوب بالصيغة العلمية  
 السبب: لأن هذا العدد لا يتكون من حاصل ضرب عاملين ، لا يحقق المتباينة  $1 \leq |a| < 10$
- العدد  $6.9 \times 10^{3.5}$  غير مكتوب بالصيغة العلمية  
 السبب: لأن الأس 3.5 لا ينتمي لمجموعة الأعداد الصحيحة
- العدد  $0.64 \times 10^5$  غير مكتوب بالصيغة العلمية  
 السبب: لأن  $|0.64| < 1$  ، لا يحقق المتباينة  $1 \leq |a| < 10$

**سؤال 1**

أي من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟ مع ذكر السبب:

$7 \times 10^{-2}$	3	$-0.08$	2	5 مليارات	1
$-2.6 \times 10^{1.2}$	6	$0.67 \times 10^{-4}$	5	$9.9 \times 10^8$	4

لتحويل العدد  $a \times 10^n$  من الصيغة العلمية إلى الصورة القياسية

- ↓
- نحرك العلامة العشرية  $n$  من الخانات لليمين في العدد (a) إذا كانت  $n$  موجبة
- ↓
- نحرك العلامة العشرية  $|n|$  من الخانات ليسار في العدد (a) إذا كانت  $n$  سالبة

مثال 2 اكتب كل ما يأتي بالصورة القياسية:

العدد	1	2	3	4
1	$8.6 \times 10^4$	$3.001 \times 10^3$	$-2 \times 10^{-2}$	$7.05 \times 10^{-3}$
2	86,000	3,001		
3				
4				

كتابة الأعداد بالصيغة العلمية:

مثال 3 حول كل ما من الأعداد الآتية من الصورة القياسية إلى الصيغة العلمية:

العدد	1	2	3
1	0.000057	4,890,000	-547.8
2			
3			

سؤال 2

1 اكتب كل ما يأتي بالصورة القياسية:

(أ)  $2.4 \times 10^4$  (ب)  $5 \times 10^3$  (ج)  $6.004 \times 10^{-3}$  (د)  $8.95 \times 10^{-2}$

2 حول كل ما من الأعداد الآتية من الصورة القياسية إلى الصيغة العلمية:

(أ) 0.00000009150 (ب) -4,500,000 (ج) 162.9



#### مثال 4 اكتب الأعداد الآتية بالصيغة العلمية:

1	7 ملايين	2	$-450 \times 10^{-6}$	3	$732.4 \times 10^5$	4	$-0.125 \times 10^3$
الحل							
1			$7,000,000 = 7 \times 10^6$				
2			$-450 \times 10^{-6} = -4.50 \times 10^{-4}$ $= -4.50 \times 10^2 \times 10^{-6} = -4.50 \times 10^{-4}$				
3			$732.4 \times 10^5 = 7.324 \times 10^7$ $= 7.324 \times 10^2 \times 10^5 = 7.324 \times 10^7$				
4			$-0.125 \times 10^3 = -1.25 \times 10^{-1}$ $= -1.25 \times 10^{-1} \times 10^3 = -1.25 \times 10^2$				

#### نقاط هامة

- يمكن كتابة الأعداد الصحيحة بالصيغة العلمية.
- فمثلاً:  $6 = 6 \times 10^0$  ،  $-8 = -8 \times 10^0$  ،  $10 = 1 \times 10^1$  ،  $29 = 2.9 \times 10^1$
- يمكن استخدام الآلة الحاسبة العلمية لكتابة كل من الأعداد في المثال السابق في صيغتها العلمية والتحقق من صحة النتائج.

#### مثال 5 أوجد قيمة n في كل مما يأتي:

1	$2,600,000,000 = 2.6 \times 10^n$	2	$-0.000055 = -5.5 \times 10^n$
3	$4,200,000 = n \times 10^6$	4	$(0.0004)^2 = 1.6 \times 10^n$
الحل			
1	$2,600,000,000 = 2.6 \times 10^9$ $n = 9$	2	$-0.000055 = -5.5 \times 10^{-5}$ $n = -5$
3	$4,200,000 = 4.2 \times 10^6$ $n = 4.2$	4	$(0.0004)^2 = 0.0000016$ $= 1.6 \times 10^{-7}$ $n = -7$

#### سؤال 3

##### 1 اكتب الأعداد الآتية بالصيغة العلمية:

(أ)  $\frac{1}{2}$  مليار (ب)  $-33 \times 10^6$  (ج)  $0.287 \times 10^{-3}$  (د)  $-569 \times 10^{-7}$

##### 2 أوجد قيمة n في كل مما يأتي:

(أ)  $0.00063 = 6.3 \times 10^n$  (ب)  $7 = 7 \times 10^n$   
(ج)  $-987,000,000 = n \times 10^8$  (د)  $(-0.02)^2 = 4 \times 10^n$

## مثال 6: رتب النجوم الآتية تصاعدياً حسب عمرها:

النجم	الأول	الثاني	الثالث	الرابع
العمر (بالسنوات)	$4.6 \times 10^9$	$1.2 \times 10^{10}$	$8.5 \times 10^8$	$3.7 \times 10^9$

**الحل** نتحقق من أن جميع الأعداد مكتوبة بالصيغة العلمية، ثم يتم الآتي:

**الخطوة الأولى:**

مقارنة الأسس : قارن الأسس الموجبة للعدد 10، الأس الأصغر يعني أن العدد هو الأصغر، والأس الأكبر يعني أن العدد هو الأكبر (إلا في حالة وجود صيغة علمية سالبة)

وبالتالي فإن : أصغر عدد هو  $8.5 \times 10^8$  وأكبر عدد هو  $1.2 \times 10^{10}$

**الخطوة الثانية:**

عند تساوى الأسس كما في العدد الأول والعدد الرابع يجب أن نقارن العدد a

فتجد أن:  $4.6 > 3.7$

لذلك فإن:  $4.6 \times 10^9 > 3.7 \times 10^9$

أي أن:  $8.5 \times 10^8 < 3.7 \times 10^9 < 4.6 \times 10^9 < 1.2 \times 10^{10}$

فيكون: عمر النجم الثاني < عمر النجم الأول < عمر النجم الرابع < عمر النجم الثالث

**حل آخر** يمكن حل المثال السابق عن طريق توحيد الأسس ومقارنة العدد a :

$$8.5 \times 10^8 = 0.85 \times 10^9$$

$$1.2 \times 10^{10} = 12 \times 10^9$$

فيكون الترتيب التصاعدي هو:

$0.85 \times 10^9$  ،  $3.7 \times 10^9$  ،  $4.6 \times 10^9$  ،  $12 \times 10^9$

أي أن:

$8.5 \times 10^8$  ،  $3.7 \times 10^9$  ،  $4.6 \times 10^9$  ،  $1.2 \times 10^{10}$



## سؤال 4

1 رتب كتل كل من الكواكب الآتية تصاعدياً:

الكوكب	المريخ	الأرض	عطارد	الزهرة
الكتلة (بالكيلو جرام)	$6.4 \times 10^{23}$	$5.97 \times 10^{24}$	$3.3 \times 10^{23}$	$4.87 \times 10^{24}$

2 رتب كتلاً من اللرات الآتية تنازلياً حسب طول قطرها:

اللرة	الذهب	المهيدروجين	الأكسجين	الكربون
طول القطر (بالمتر)	$1.66 \times 10^{-10}$	$1.06 \times 10^{-10}$	$1.52 \times 10^{-10}$	$1.54 \times 10^{-10}$



## العمليات على الأعداد في الصيغة العلمية:

كتابة الأعداد الكبيرة جدًا أو الأعداد الصغيرة جدًا في الصيغة العلمية تسهل إجراء العمليات الحسابية عليها (+ أو - أو × أو ÷)

**مثال 7** أوجد ناتج كل مما يأتي بالصيغة العلمية:

$$(3.8 \times 10^8) \div (1.9 \times 10^{-6}) \quad 2$$

$$(15 \times 10^{-6}) - (4.5 \times 10^{-5}) \quad 4$$

$$(6.5 \times 10^5) \times (4 \times 10^3) \quad 1$$

$$(4.2 \times 10^5) + (2.6 \times 10^4) \quad 3$$

**الحل**

$$1 \quad (6.5 \times 10^5) \times (4 \times 10^3) = (6.5 \times 4) \times (10^5 \times 10^3)$$

$$= 26 \times 10^8 = 2.6 \times 10^9$$

$$2 \quad (3.8 \times 10^8) \div (1.9 \times 10^{-6}) = \frac{3.8}{1.9} \times \frac{10^8}{10^{-6}}$$

$$= 2 \times 10^{(8-(-6))} = 2 \times 10^{14}$$

$$3 \quad (4.2 \times 10^5) + (2.6 \times 10^4) = (4.2 \times 10^5) + (0.26 \times 10^5)$$

$$= (4.2 + 0.26) \times 10^5 = 4.46 \times 10^5 \quad \text{«خاصية التوزيع»}$$

$$4 \quad (15 \times 10^{-6}) - (4.5 \times 10^{-5}) = (1.5 \times 10^{-5}) - (4.5 \times 10^{-5})$$

$$= (1.5 - 4.5) \times 10^{-5} = -3 \times 10^{-5} \quad \text{«خاصية التوزيع»}$$

**لاحظان**

تسهيل عملية الجمع والطرح تقوم بتوحيد أسس العدد 10

**مثال 8**

اخترع الدكتور أحمد زويل كاميرا فائقة السرعة تستخدم أشعة الليزر لتصوير التفاعلات الكيميائية التي تحدث بسرعة هائلة وبزمن صغير جدًا، يقاس بوحدة الفيمتو ثانية؛ وهي وحدة تعادل جزءًا من مليون مليار جزء من الثانية. عبر عن هذه الوحدة بالصيغة العلمية.

**الحل**

$$\text{الفيمتو ثانية تساوي} = \frac{1}{1,000,000,000,000,000} = 1 \times 10^{-15} \text{ ثانية.}$$

**سؤال 5**

أوجد ناتج كل مما يأتي في الصيغة العلمية:

$$(1.5 \times 10^{-7}) \div (0.5 \times 10^{-5}) \quad 2$$

$$(3.21 \times 10^{13}) - (8.1 \times 10^{12}) \quad 4$$

$$(2.5 \times 10^6) \times (6 \times 10^{12}) \quad 1$$

$$(2.1 \times 10^4) + (4.1 \times 10^5) \quad 3$$

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

- (أ)  $1 \times 10^{15}$  (ب)  $3 \times 2^{10}$  (ج)  $-14 \times 10^3$  (د)  $0.32 \times 10^3$

2 أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

- (أ)  $1.5 \times 10^{4.5}$  (ب)  $31 \times 10^5$  (ج)  $15 \times 10^5$  (د)  $3.15 \times 10^5$

3 أى من الأعداد الآتية ليس في الصيغة العلمية؟

- (أ)  $1 \times 10^{15}$  (ب)  $0.2 \times 10^7$  (ج)  $-3.4 \times 10^6$  (د)  $4.5 \times 10^8$

4 أى من الأعداد الآتية ليس في الصيغة العلمية؟

- (أ)  $2.35 \times 10^7$  (ب)  $23.5 \times 10^6$  (ج)  $2.35 \times 10^{-7}$  (د)  $3.5 \times 10^{-6}$

5 أى مما يلي يعبر عن العدد 7 آلاف بالصيغة العلمية؟

- (أ)  $0.7 \times 10^4$  (ب)  $7.0 \times 10^2$  (ج)  $7 \times 10^3$  (د)  $7 \times 10^{-3}$

6 أى مما يلي يعبر عن العدد 8 ملايين بالصيغة العلمية؟

- (أ)  $8 \times 10^7$  (ب)  $8 \times 10^6$  (ج)  $8 \times 10^{-6}$  (د)  $8 \times 10^8$

7 أى مما يلي يعبر عن العدد 5 مليارات بالصيغة العلمية؟

- (أ)  $5 \times 10^6$  (ب)  $5 \times 10^8$  (ج)  $5 \times 10^9$  (د)  $50 \times 10^9$

8 أى مما يأتي هو تحويل العدد 0.00029 من الصورة القياسية إلى الصيغة العلمية؟

- (أ)  $2.9 \times 10^3$  (ب)  $2.9 \times 10^4$  (ج)  $2.9 \times 10^{-4}$  (د)  $2.9 \times 10^{-3}$

9 أى مما يأتي هو تحويل العدد 0.000073 من الصورة القياسية إلى الصورة العلمية؟

- (أ)  $7.3 \times 10^6$  (ب)  $7.3 \times 10^5$  (ج)  $7.3 \times 10^{-5}$  (د)  $7.3 \times 10^{-6}$

10 إذا كان  $1.23 \times 10^n = 0.00123$  فما قيمة n؟

- (أ) 3 (ب) -3 (ج) -2 (د) -4

11 إذا كان  $6.3 \times 10^n = 0.00063$  فما قيمة n؟

- (أ) -4 (ب) -3 (ج) 3 (د) 4

12 إذا كان العدد  $E \times 10^{-6}$  في صيغته العلمية، فأى مما يلي يمكن أن يكون قيمة E؟

- (أ) 5 (ب) 0.5 (ج) 0.05 (د) 50

13 إذا كان العدد  $Y \times 10^{-9}$  في صيغته العلمية، فأى مما يلي يمكن أن يكون قيمة Y؟

- (أ) 0.6 (ب) 6 (ج) 60 (د) 600



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى من الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

- (أ)  $3 \times 10^{5.4}$  (ب)  $32.1 \times 10^7$  (ج)  $5 \times 2^{10}$  (د)  $5 \times 10^{-4}$

2 أى مما يأتي يساوى  $4 - (-2)$  ؟

- (أ)  $2^4$  (ب) 8 (ج)  $-(2)^4$  (د) -8

3 أى مما يأتي يساوى 0.084 ؟

- (أ)  $8.4 \times 10^3$  (ب)  $8.4 \times 10^2$  (ج)  $8.4 \times 10^{-2}$  (د)  $8.4 \times 10^{-3}$

4 أى مما يأتي يساوى 24,000 ؟

- (أ)  $2.4 \times 10^3$  (ب)  $2.4 \times 10^{-3}$  (ج)  $2.4 \times 10^{-4}$  (د)  $2.4 \times 10^4$

5 إذا كان العدد  $H \times 10^{-7}$  في صيغته العلمية، فأى مما يلي يمكن أن يكون قيمة H ؟

- (أ) 4 (ب) 0.4 (ج) 40 (د) 0.04

## 2 أكمل كلاً مما يأتي:

1 العدد  $198.4 \times 10^7$  في الصيغة العلمية هو2 المعكوس الجمعى للعدد  $\left(-\frac{2}{3}\right)^1$  يساوى3 العدد  $23.45 \times 10^{-6}$  في الصيغة العلمية هو

4 العدد 17 مليوناً في الصيغة العلمية هو

5 العدد  $2.35 \times 10^9$  في الصورة القياسية هو

## 3 أجب عما يأتي:

1 اكتب ناتج ما يأتي بالصيغة العلمية:  $(4.5 \times 10^7) \times (4 \times 10^8)$ 2 رتب تصاعدياً:  $4.87 \times 10^{24}$  ،  $3.3 \times 10^{23}$  ،  $5.97 \times 10^{24}$  ،  $6.4 \times 10^{23}$ 3 اكتب بالصيغة العلمية كلاً من:  $123 \times 10^8$  ،  $0.00045 \times 10^{-6}$ 4 اكتب الناتج بالصيغة العلمية:  $(3.2 \times 10^4) + (4.5 \times 10^5)$ 

5 أوجد في أبسط صورة:

$$\frac{5^{-2} \times 5^3}{5^{-4} \times 5} \quad (ب) \quad \frac{a^2 \times b^7}{a^4 \times b^3} \quad (أ) \quad (حيث a \neq 0, b \neq 0)$$



85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مسلتواك

★★★★★



اختبر نفسك

اختبر نفسك

محل تدريبات آخر

داكر شرح الدرس مرة أخرى



نواتج التعلم

- يتعرف الطالب مفهوم الجذر التربيعي.
- يتعرف الطالب مفهوم الجذر التكعيب.
- يُوجد الطالب الجذر التربيعي والجذر التكعيب للأعداد.

– الجذر التكعيب (Cubic Root)

– المكعب الكامل (Perfect Cube)

– الجذر التربيعي (Square Root)

– المربع الكامل (Perfect Square)

مفردات أساسية

فكر وتناقش



شكل (2)



شكل (1)

- الشكل: 1 يمثل حديقة على شكل مربع مساحتها 100 متر مربع، هل يمكن حساب محيط هذه الحديقة؟
- الشكل: 2 يمثل علبة حلوى على شكل مكعب حجمها 1,000 سنتيمتر مكعب، إذا أردنا تغليفها بورق. لهما مساحة الورق اللازم؟

لحل مثل هذه المشكلات سوف نتعلم كيفية إيجاد الجذور التربيعية والجذور التكعيبية.



## تعلم 1 الجذر التربيعي لعدد مربع كامل،

**تعريف:** العدد النسبي المربع الكامل:

هو العدد الموجب الذي يمكن كتابته على صورة مربع عدد نسبي.

**فمثلاً:**

$$\triangleright 0 \times 0 = 0^2 = 0$$

$$\triangleright 7 \times 7 = 7^2 = 49$$

$$\triangleright -7 \times -7 = (-7)^2 = 49$$

$$\triangleright \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$\triangleright 1.2 \times 1.2 = 1.44$$

$$\triangleright \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4^2}{5^2} = \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} = \frac{64}{100} = 0.64$$

لذلك فإن كلاً من الأعداد: 0 ، 49 ،  $2\frac{1}{4}$  ، 1.44 ، 0.64 تسمى أعداداً مربعة كاملة

**تعريف:** الجذر التربيعي للعدد المربع الكامل (a):

هو العدد الذي مربعه يساوى (a). **أو** هو العدد الذى نظريه في نفسه للحصول على (a)

## نقاط هامة:

• يوجد للعدد المربع الكامل جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب.

• الرمز « $\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذر التربيعي الموجب لعدد ما.

**فمثلاً:** الجذر التربيعي الموجب للعدد 16 هو 4 ويكتب:  $\sqrt{16} = 4$

• الرمز « $-\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذر التربيعي السالب لعدد ما.

**فمثلاً:** الجذر التربيعي السالب للعدد 81 هو -9 ويكتب:  $-\sqrt{81} = -9$

• الرمز « $\pm\sqrt{\quad}$ » يدل على الجذرين التربيعيين الموجب والسالب، وكل منهما معكوس جمعي للآخر.

• أى أن: مجموع الجذرين التربيعيين لى عدد نسبي مربع كامل يساوى صفراً.

**فمثلاً:** الجذران التربيعيان للعدد 4 هما -2 ، 2 ويكتب:  $\pm\sqrt{4} = \pm 2$  ويكون:  $2 + (-2) = 0$

$$\triangleright \sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6 \quad \text{فمثلاً:} \quad \sqrt{a^2} = |a| \quad \bullet \quad \sqrt{0} = 0$$

$$\triangleright \sqrt{a^8} = |a^4| = a^4 , \triangleright \sqrt{a^{14}} = |a^7| = a^6 |a| \quad \text{فمثلاً:} \quad \sqrt{a^{2n}} = |a^n| \quad (حيث n عدد صحيح)$$

• عند وجود عملية جمع أو طرح تحت الجذر التربيعي نحوى العملية أولاً، ثم إيجاد الجذر التربيعي للنتائج.

$$\triangleright \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9 \quad \triangleright \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13 \quad \text{فمثلاً:}$$

## ملاحظة

$$\triangleright \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{15^2} - \sqrt{12^2} \quad \triangleright \sqrt{25 + 144} = \sqrt{25} + \sqrt{144}$$

• إذا كان:  $a > 0$  ،  $b > 0$  فإن:

$$\triangleright \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$\triangleright \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

## مثال 1 أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

$$\begin{array}{llll} 1 & \sqrt{225} & 2 & \text{الجذر التربيعي للعدد } 1\frac{7}{9} \\ 3 & \sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} & 4 & \sqrt{\sqrt{81}} \\ 5 & \sqrt{36} + \sqrt{64} & 6 & \pm \sqrt{\frac{2.5}{10}} \\ 7 & \sqrt{\frac{16a^4}{25b^2}} & & \end{array}$$

الحل

تذكر كسرًا

$$\textcircled{1} \frac{7}{9} = \frac{16}{9}$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ 45 \\ 9 \\ 3 \\ 1 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ 5 \\ 3 \\ 3 \\ 1 \end{array}$$

$$225 = \underbrace{5 \times 5} \times \underbrace{3 \times 3} \quad 1$$

$$\sqrt{225} = 5 \times 3 = 15$$

$$2 \text{ الجذر التربيعي للعدد } 1\frac{7}{9} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

$$3 \sqrt{\left(\frac{-3}{5}\right)^2} = \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{3}{5}$$

$$4 \sqrt{\sqrt{81}} = \sqrt{9} = 3$$

$$5 \sqrt{36} + \sqrt{64} = 6 + 8 = 14$$

$$6 \pm \sqrt{\frac{2.5}{10}} = \pm \sqrt{\frac{25}{100}} = \pm \sqrt{\frac{1}{4}} = \pm \frac{1}{2}$$

$$7 \sqrt{\frac{16a^4}{25b^2}} = \frac{4a^2}{5|b|}, b \neq 0$$

حل المعادلات باستخدام الجذر التربيعي :

$$\triangleright \text{إذا كان } x^2 = a \text{ حيث } a > 0 \text{ فإن } x = \pm \sqrt{a}$$

$$\triangleright \text{إذا كانت } x^2 = 0 \text{ فإن } x = 0$$

فمثلاً: إذا كان  $x^2 = 49$  فإن  $x = \pm \sqrt{49} = \pm 7$

## مثال 2 أوجد في Z مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

$$\begin{array}{lll} 1 & x^2 + 3 = 12 & 2 & 4x^2 - 5 = 95 & 3 & 3x^2 - 18 = x^2 + 80 \end{array}$$

الحل

$$\begin{array}{lll} 1 & \triangleright \because x^2 + 3 = 12 & 2 & \triangleright \because 4x^2 - 5 = 95 & 3 & \triangleright \because 3x^2 - 18 = x^2 + 80 \\ & \therefore x^2 = 12 - 3 = 9 & & \therefore 4x^2 = 95 + 5 = 100 & & \therefore 3x^2 - x^2 = 80 + 18 \\ & x = \pm \sqrt{9} & & \therefore x^2 = \frac{100}{4} = 25 & & \therefore 2x^2 = 98 \\ & x = \pm 3 & & \therefore x = \pm \sqrt{25} & & \therefore x^2 = \frac{98}{2} = 49 \\ & \text{مجموعة الحل هي } \{-3, 3\} & & x = \pm 5 & & \therefore x = \pm \sqrt{49} \\ & & & \text{مجموعة الحل هي } \{-5, 5\} & & x = \pm 7 \\ & & & & & \text{مجموعة الحل هي } \{-7, 7\} \end{array}$$

## سؤال 1

1 أوجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

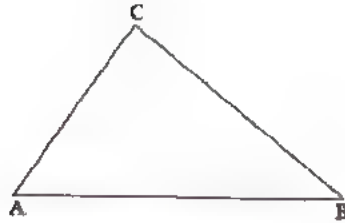
$$\begin{array}{llll} (أ) & \sqrt{(-3)^2} & (ب) & -\sqrt{25\%} \\ (ج) & \sqrt{100 - 36} & (د) & -\sqrt{11\frac{1}{9}} \end{array}$$

2 أوجد في Z مجموعة حل كل من المعادلات الآتية:

$$\begin{array}{llll} (أ) & 1.21x^2 = 1 & (ب) & 2x^2 - 5 = 13 \\ (ج) & 4x^2 - 1 = 3x^2 + 8 & (د) & \sqrt{(x-3)^2} = 5 \end{array}$$



### مثال 3



في المثلث ABC إذا كان:

$(BC)^2$  يساوي 16 مستقيماً مربعاً و  $(AB)^2$  يساوي 25 مستقيماً مربعاً

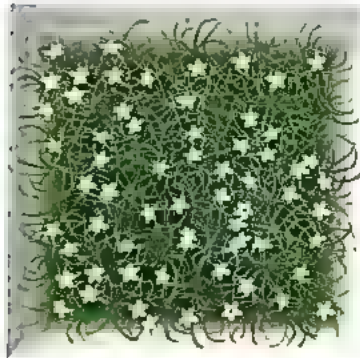
فأوجد:  $AB + BC$

**الحل**

• **لاحظ أن**  
الجذر السالب مرفوض،  
لأن طول الضلع دائماً  
عدد موجب.

- أي أن AB يساوي 5 مستقيماً  
أي أن BC يساوي 4 مستقيماً  
أي أن مجموع AB و BC يساوي 9 مستقيماً
- $\therefore (AB)^2 = 25 \quad \therefore AB = \sqrt{25} = 5$   
 $\therefore (BC)^2 = 16 \quad \therefore BC = \sqrt{16} = 4$   
 $\therefore AB + BC = 5 + 4 = 9$

### مثال 4



يريد أحد المزارعين بناء حائط حول حديقة التي على شكل مربع، فإذا كانت مساحة الحديقة 169 متراً مربعاً؛ فأوجد طول كل ضلع من أضلاع الحائط.

**الحل**

الحديقة على شكل مربع، فإن جميع أضلاعها متساوية في الطول،

نفرض أن طول ضلع الحائط =  $l$  متر

$\therefore$  مساحة الحديقة =  $l^2$  متر مربع

$$\therefore l^2 = 169 \quad \therefore l = \sqrt{169} = 13$$

أي أن طول كل ضلع من أضلاع الحائط يساوي 13 متراً.

**تذكّر أن**

مساحة المربع = طول الضلع  $\times$  نفسه

### مثال 5

إذا كان طول مستطيل يساوي ضعف عرضه، وكانت مساحة المستطيل تساوي 24.5 مستقيماً مربعاً؛ فاحسب كلاً من الطول والعرض.

**الحل**

نفرض أن العرض =  $W$  إذن الطول =  $2W$

$\therefore$  مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض

$$\therefore W \times 2W = 24.5 \quad \therefore 2W^2 = 24.5$$

$$\therefore W^2 = \frac{24.5}{2} = 12.25 \quad \therefore W = \sqrt{12.25} = 3.5$$

$\therefore$  أي أن العرض = 3.5 سم، الطول =  $2 \times (3.5) = 7$  سم.



### سؤال 2

حديقة مربعة الشكل مساحتها 400 متر مربع يُراد عمل سور حولها؛ ما طول سور الحديقة؟

## تعلم 2 الجذر التكعيبي لعدد مكعب كامل:

تعريف:

العدد النسبي المكعب الكامل: هو العدد الذي يمكن كتابته على صورة (عدد نسبي)<sup>3</sup>.

فمثلاً:

$$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$$

$$\rightarrow -2 \times -2 \times -2 = (-2)^3 = -8$$

$$\rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3 \frac{3}{8}$$

$$\rightarrow -0.7 \times -0.7 \times -0.7 = (-0.7)^3 = -0.343$$

لذلك فإن كلاً من الأعداد:  $-0.343$ ،  $3 \frac{3}{8}$ ،  $-8$ ،  $8$  تسمى أعداداً مكعبة كاملة.

تعريف:

الجذر التكعيبي للعدد المكعب الكامل (a): هو العدد الذي مكعبه يساوي (a).

### مفاتيح هامة

• الرمز « $\sqrt[3]{\quad}$ » يدل على الجذر التكعيبي لعدد ما. فمثلاً: الجذر التكعيبي للعدد 64 هو 4 ويكتب:  $\sqrt[3]{64} = 4$

$$\sqrt[3]{0} = 0$$

$$\sqrt[3]{a^{3n}} = a^{\frac{3n}{3}} = a^n \quad \text{فمثلاً: } \sqrt[3]{x^3} = x, \sqrt[3]{y^{30}} = y^{10}, \sqrt[3]{(-7)^3} = -7, \sqrt[3]{(-9)^6} = (-9)^2 = 81, \left(\frac{8}{27}\right)^3 = \frac{8}{27}$$

## مثال 6 أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

$$\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}, \sqrt[3]{a^{18}}$$

$$\sqrt[3]{512}$$

$$\sqrt[3]{-27}$$

$$\sqrt[3]{(-6)^3}$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{343}}$$

الحل

$$\begin{array}{r} 512 \\ 64 \\ 8 \\ 1 \end{array}$$

$$512 = 8 \times 8 \times 8$$

$$\sqrt[3]{512} = 8$$

$$\sqrt[3]{\frac{8}{343}} = \frac{2}{7}$$

$$\sqrt[3]{a^{18}} = a^6$$

2

4

6

1 تحليل العدد إلى عوامله الأولية:

$$-27 = -3 \times -3 \times -3$$

$$\sqrt[3]{-27} = -3$$

4

6

3

6

## سؤال 3 سن؟

أوجد كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

$$\sqrt[3]{0.001} \quad 3$$

$$\sqrt[3]{\frac{-27}{125}} \quad 2$$

$$\sqrt[3]{216} \quad 1$$

$$\sqrt[3]{x^6} \quad 6$$

$$\sqrt[3]{9-1} \quad 5$$

$$\sqrt[3]{15\frac{5}{8}} \quad 4$$



## مثال 7 اختصر كلًا مما يأتي إلى أبسط صورة:

$$\sqrt[3]{-0.008} \times \sqrt{0.09} \times (2.5)^0$$

$$\sqrt{\frac{121}{49}} \times \sqrt[3]{\frac{125}{64}} \times \left(\frac{-5}{7}\right)^{-1}$$

$$\sqrt[3]{\frac{343}{64}} + \sqrt{\frac{169}{16}} + \left(\frac{5}{4}\right)^0$$

الحل

$$1 \sqrt{\frac{121}{49}} \times \sqrt[3]{\frac{125}{64}} \times \left(\frac{-5}{7}\right)^{-1} = \frac{11}{7} \times \frac{5}{4} \times \frac{-7}{5} = \frac{-11}{4}$$

$$2 \sqrt[3]{-0.008} \times \sqrt{0.09} \times (2.5)^0 = -0.2 \times 0.3 \times 1 = -0.06$$

$$3 \sqrt[3]{\frac{343}{64}} + \sqrt{\frac{169}{16}} + \left(\frac{5}{4}\right)^0 = \frac{7}{4} + \frac{13}{4} + 1 = \frac{20}{4} + 1 = 5 + 1 = 6$$

لاحظ أن

$$\triangleright (2.5)^0 = 1$$

$$\triangleright \left(\frac{5}{4}\right)^0 = 1$$

حل المعادلات باستخدام الجذر التكعيبي :

إذا كان  $x^3 = a$  فإن  $x = \sqrt[3]{a}$  فمثلاً: إذا كان  $x^3 = 729$  فإن  $x = \sqrt[3]{729} = 9$

## مثال 8 أوجد قيمة $x$ في كل من المعادلات الآتية :

$$(5x - 2)^3 - 10 = 17 \quad 3$$

$$x^3 + 5 = -59 \quad 2$$

$$x^3 = 1,000 \quad 1$$

الحل

$$\triangleright \because (5x - 2)^3 - 10 = 17 \quad 3$$

$$\therefore (5x - 2)^3 = 17 + 10 = 27$$

$$\therefore 5x - 2 = \sqrt[3]{27} = 3$$

$$\therefore 5x = 3 + 2 = 5$$

$$\therefore x = \frac{5}{5} = 1 \quad \therefore x = 1$$

$$\triangleright \because x^3 + 5 = -59 \quad 2$$

$$\therefore x^3 = -59 - 5 = -64$$

$$\therefore x = \sqrt[3]{-64}$$

$$x = -4$$

$$\triangleright \because x^3 = 1,000 \quad 1$$

$$\therefore x = \sqrt[3]{1,000}$$

$$x = 10$$

## مثال 9 صندوق ألعاب على شكل مكعب حجمه 125,000 سنتيمتر مكعب، أوجد مساحة أحد أوجهه.

الحل

نفرض أن طول حرف المكعب  $l$  فيكون حجمه  $l^3$

$$\therefore l^3 = 125,000$$

$$\therefore l = \sqrt[3]{125,000} = 50$$

أي أن طول حرف المكعب يساوي 50 سم.

$\therefore$  مساحة أحد أوجه المكعب  $= 50 \times 50 = 2,500$  سنتيمتر مربع

تذكر أن

حجم المكعب = طول الحرف  $\times$  نفسه  $\times$  نفسه.

مساحة أحد أوجه المكعب = طول الحرف  $\times$  نفسه.

## سؤال 4

1 اختصر كلًا مما يأتي في أبسط صورة:

$$\sqrt[3]{\frac{729}{64}} \times \sqrt{\frac{64}{9}} \times \left(\frac{-8}{3}\right)^0 \quad (أ)$$

2 أوجد قيمة  $x$  في كل من المعادلات الآتية:

$$2x^3 - 1 = 15 \quad (ج)$$

$$x^3 + 3 = 30 \quad (ب)$$

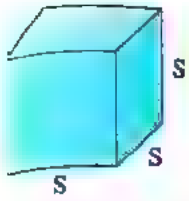
$$x^3 = -216 \quad (أ)$$

$$(5x - 2)^3 + 10 = 18 \quad (و)$$

$$(x + 3)^3 = 1,000 \quad (هـ)$$

$$\sqrt[3]{x} = -4 \quad (د)$$

3 حوض سباحة على شكل مكعب، إذا كان حجمه 27 مترًا مكعبًا؛ فما مساحة قاع الحوض؟



المساحة الجانبية والمساحة الكلية (السطحية) للمكعب،

نفرض أن طول حرف المكعب (S) فإن:

- المساحة الجانبية للمكعب =  $4 \times$  مساحة الوجه الواحد =  $4S^2$ .
- المساحة الكلية (السطحية) للمكعب =  $6 \times$  مساحة الوجه الواحد =  $6S^2$ .

### مثال 10

مكعب طول حرفه 5 سم، أوجد مساحته الجانبية ومساحته السطحية (الكلية)

**الحل**

$$\begin{aligned} \text{مساحة سطح أى وجه فى المكعب} &= S^2 = 5 \times 5 = 25 \text{ سنتيمترًا مربعًا.} \\ \text{المساحة الجانبية} &= 4S^2 = 4 \times 25 = 100 \text{ سنتيمترًا مربعًا.} \\ \text{المساحة الكلية} &= 6S^2 = 6 \times 25 = 150 \text{ سنتيمترًا مربعًا.} \end{aligned}$$

### مثال 11

مكعب مساحته الكلية (السطحية) تساوى 384 سنتيمترًا مربعًا  
أوجد طول حرفه ومساحته الجانبية.

**الحل**

$$\begin{aligned} \therefore 6S^2 &= 384 & \therefore S^2 &= \frac{384}{6} = 64 \\ \therefore S &= \sqrt{64} = 8 \end{aligned}$$

$\therefore$  طول حرف المكعب = 8 سم  $\therefore$  المساحة الجانبية =  $4S^2 = 4 \times 8^2 = 256$  سنتيمترًا مربعًا.

### مثال 12

سبيكة من النحاس حجمها 1728 سنتيمترًا مكعبًا صهرت وحولت إلى مكعب  
أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية (السطحية) علمًا بأنه لم يفقد شيئًا من النحاس أثناء الصهر والتحويل.

**الحل**

نفرض أن طول حرف المكعب S فيكون حجمه  $S^3$

$$\therefore S^3 = 1728 \quad \therefore S = \sqrt[3]{1728} = 12$$

أى أن طول حرف المكعب (S) = 12 سم

$$\text{المساحة الجانبية} = 4S^2 = 4 \times (12)^2 = 576 \text{ سنتيمترًا مربعًا.}$$

$$\text{المساحة الكلية} = 6S^2 = 6 \times (12)^2 = 864 \text{ سنتيمترًا مربعًا.}$$

### سؤال 4

① مكعب حجمه 216 سنتيمترًا مكعبًا؛ أوجد مساحته الجانبية ومساحته الكلية (السطحية).

② مكعب مساحته الجانبية 484 سنتيمترًا مربعًا؛ أوجد طول حرفه ومساحته الكلية (السطحية).

## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

1  $-\sqrt{49} =$

- (أ) 7 (ب)  $\pm 7$  (ج) -7 (د) 49

2  $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2} =$

- (أ)  $-\frac{2}{3}$  (ب)  $|\frac{-2}{3}|$  (ج)  $\frac{3}{2}$  (د)  $\frac{4}{9}$

3 إذا كان  $\sqrt{x} = 5$  فما قيمة  $x$  ؟

- (أ) 10 (ب) 20 (ج) 25 (د)  $\pm 25$

4  $\sqrt{\sqrt{16}} =$

- (أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 6

5 إذا كان:  $\sqrt{x^2 - 36} = 8$  فإن:  $x =$ 

- (أ) 64 (ب) 100 (ج) 36 (د)  $\pm 10$

6  $\sqrt{1 - \frac{3}{4}} = 1 + (\dots)$

- (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $-\frac{1}{4}$  (ج)  $\frac{1}{2}$  (د)  $-\frac{1}{2}$

7 طول ضلع المربع الذي مساحته  $9x^4$  سنتيمتر مربع هو ..... سنتيمتر.

- (أ)  $3x^2$  (ب)  $3x$  (ج)  $9x$  (د)  $9x^2$

8 إذا كان:  $x^2 = \frac{36}{25}$  فإن:  $x^3 =$ 

- (أ)  $\frac{216}{125}$  (ب)  $-\frac{216}{125}$  (ج)  $\pm \frac{216}{125}$  (د)  $\frac{36}{25}$

9 مربع مساحته 36 سنتيمترًا مربعًا، فإن محيطه = ..... سنتيمترًا.

- (أ) 6 (ب) 12 (ج) 24 (د) 30

10 إذا كان:  $b = \sqrt{4}$ ،  $3a =$  فإن:  $\frac{a}{b} =$ 

- (أ)  $\frac{3}{4}$  (ب)  $\frac{4}{3}$  (ج)  $\frac{3}{2}$  (د)  $\frac{2}{3}$

11 إذا كان:  $a, b$  هما الجذرين التربيعيين للعدد  $c$ ، فكم يساوي  $a + b$  ؟

- (أ)  $2a$  (ب)  $2b$  (ج) 1 (د) 0

12 إذا كان:  $-27 = x^3$  فما قيمة  $x$  ؟

- (أ) -3 (ب) 3 (ج)  $\pm 3$  (د) -9

13 إذا كان:  $a = 5^3$  فما قيمة  $\sqrt[3]{a}$  ؟

- (أ) 3 (ب) 5 (ج) 25 (د) 125



14 إذا كان:  $\sqrt[3]{b} = -8$  فما قيمة  $b$  ؟

- (أ) 2 (ب) -2 (ج) 64 (د) -512

15  $\sqrt[3]{y^6} = \sqrt{\dots}$

- (أ)  $y^3$  (ب)  $y^2$  (ج)  $y$  (د)  $y^4$

16 إذا كان:  $2x^3 = 54$  فإن:  $x = \dots$

- (أ) 2 (ب) 3 (ج) -2 (د) -3

17 إذا كان:  $\sqrt[3]{x+1} = 2$  فإن:  $x = \dots$

- (أ) 7 (ب) 8 (ج) 49 (د) 1

18 إذا كان:  $\sqrt{4} - \sqrt[3]{x} = 5$  فإن:  $x = \dots$

- (أ) 125 (ب) 27 (ج) -27 (د) 3

2 أكمل ما يأتي:

1 المعكوس الجمعي للعدد  $\sqrt{\frac{25}{9}}$  هو ..... 2 المعكوس الضربي للعدد  $\sqrt{0.25}$  هو .....

3 إذا كانت:  $x=9, y=7$  فإن:  $\sqrt{2x+y} = \dots$

4  $\sqrt{36+64} = 6 + \dots$  5  $\sqrt{25-16} = 5 - \dots$

6  $\sqrt{100} = \sqrt{16} + \sqrt{\dots}$

7 مربع مساحته 6.25 سنتيمتر مربع يكون طول ضلعه = ..... سنتيمتر.

8 إذا كان:  $a = 0.0064$ ، فإن:  $\sqrt{a} = 8 \times 10^{-\dots}$  9  $\sqrt[3]{-8} + \sqrt{16} = \dots$

10  $\sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{\dots}$  11  $\sqrt[3]{(-8)^2} = 5 - \sqrt{\dots}$

12  $\sqrt[3]{\frac{27}{\dots}} = 0.3$  13  $\sqrt[3]{2\frac{1}{4} \div \frac{2}{3}} = \dots$

14 إذا كان:  $\sqrt[3]{x-3} = -1$  فإن:  $x = \dots$

15 مكعب حجمه يساوي 125 سنتيمترًا مكعبًا يكون مساحة أحد أوجهه = ..... سنتيمترًا مربعًا.

3 أوجد قيمة كل مما يأتي:

1  $\pm \sqrt{576}$  2  $\sqrt{\left(-\frac{5}{8}\right)^2}$  3  $-\sqrt{0.81}$  4  $\sqrt{\frac{25}{36}}$

5  $-\sqrt{11\frac{1}{9}}$  6  $\sqrt{25-9}$  7  $\sqrt{15^2-9^2}$  8  $\sqrt{\left(\frac{64}{81}\right)^0}$

9  $-\sqrt{100a^4b^2}$  10  $\sqrt{\frac{16a^8}{25b^6}}$  11  $\sqrt{\frac{a^2}{b^{-2}}}$  12  $\sqrt{\frac{7^5 \times 7^3}{7^4}}$

13  $\sqrt[3]{512}$  14  $\sqrt[3]{-125}$  15  $\sqrt[3]{0.027}$  16  $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}}$

17  $\sqrt[3]{(-9)^3}$  18  $\sqrt[3]{-\frac{64}{27}}$  19  $\sqrt[3]{64 \times 2^3}$  20  $\sqrt[3]{343-7^3}$

21  $\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{-8}$  22  $\sqrt[3]{x^9}$  23  $\sqrt[3]{\frac{8x^3}{125y^6}}$

4 اختصر كلاً مما يأتي:

$$\begin{aligned} 1 & \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \sqrt{\frac{81}{16}} \times \left(\frac{5}{3}\right)^0 \\ 2 & \frac{7}{8} \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \sqrt{\frac{81}{49}} \\ 3 & \frac{7}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \sqrt{\left(\frac{49}{64}\right)^{-1}} \\ 4 & \left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \sqrt{\frac{64}{81}} - \left(\frac{-2}{3}\right)^0 \\ 5 & \sqrt[3]{\frac{125}{27}} \times \sqrt{\frac{81}{25}} \times \left(\frac{9}{5}\right)^0 \\ 6 & \sqrt[3]{-27} + \sqrt{12\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{0.125} \\ 7 & \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}} \\ 8 & \sqrt{\frac{9}{4}} + \sqrt[3]{\frac{-27}{8}} + \left(\frac{4}{9}\right)^0 \end{aligned}$$

5 أوجد في Z مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

$$\begin{aligned} 1 & x^2 = 16 \\ 2 & x^2 - 1 = 8 \\ 3 & 3x^2 - 5 = 43 \\ 4 & 3x^2 - 1 = 74 \\ 5 & 7x^2 + 1 = 29 \\ 6 & \frac{1}{2}x^2 + 2 = 52 \\ 7 & 7x^2 - 3 = 5x^2 + 5 \\ 8 & x^3 = 64 \\ 9 & x^3 = -1000 \\ 10 & x^3 + 26 = -1 \\ 11 & 3x^3 - 5 = 187 \\ 12 & 3x^3 - 4 = 2x^3 + 4 \\ 13 & (x-1)^3 + 2 = -6 \\ 14 & \sqrt[3]{x} = \sqrt{(8)^2} \\ 15 & 10x^3 = 0.27 \end{aligned}$$

6 مربع مساحته 100 سنتيمتر مربع، احسب طول ضلعه، ثم أوجد محيطه.

7 إذا كانت AB قطعة مستقيمة بحيث  $(AB)^2 = 36$  سنتيمترًا مربعًا، C منتصف AB، فأوجد طول AC.

8 مساحة مربع تساوي مساحة مثلث طول قاعدته 9 سم وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة 8 سم، أوجد طول ضلع المربع.

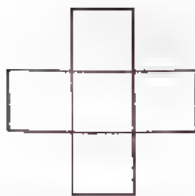
9 إذا كانت  $\frac{3}{4}$  مساحة مربع تساوي  $1\frac{11}{64}$  متر مربع، فاحسب طول ضلعه.

10 إذا كان:  $x = 2$ ،  $y = 9$ ،  $C = 8$ ، فأوجد قيمة:  $x + \sqrt{y} + \sqrt{2C}$ .

11 مكعب حجمه 2197 وحدة مكعبة، كم يكون طول حرفه؟

12 مكعب حجمه يساوي  $x^6$  وحدة مكعبة، أوجد مجموع أطوال أحرفه إذا كانت  $x = 10$ .

تدرب نفسك



13 في الشكل المقابل:

إذا كانت مساحة كل مربع 36 سنتيمترًا مربعًا،

فما محيط الشكل؟



14 في الشكل المقابل:

A، B، C ثلاثة مربعات، مساحة المربع C تساوي 9 وحدات مساحة،

مساحة المربع B تساوي 36 وحدة مساحة،

أوجد مساحة المربع A؟

أولاً: قياس المفاهيم:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1  $7 \times 7 \times 7 = \dots\dots\dots$

- (أ)  $7 \times 3$  (ب)  $3^7$  (ج)  $7^3$  (د)  $7 + 3$

2 أى مما يأتى يساوى  $(-5)^4$  ؟

- (أ)  $-20$  (ب)  $20$  (ج)  $-625$  (د)  $625$

3 أى مما يأتى يساوى  $-2^6$  ؟

- (أ)  $-12$  (ب)  $12$  (ج)  $-64$  (د)  $64$

4 الصورة الأسية للعدد 64 هى .

- (أ)  $-2^6$  (ب)  $(-8)^2$  (ج)  $16^4$  (د)  $6^2$

5  $-15\frac{5}{8} = \dots\dots\dots$

- (أ)  $(\frac{5}{2})^3$  (ب)  $(\frac{2}{5})^3$  (ج)  $(\frac{-5}{2})^3$  (د)  $-(\frac{2}{5})^3$

6 إذا كان:  $K^{100} + K^{101} = 0$  ، فإن K يمكن أن تساوى .....

- (أ) 1 (ب) 2 (ج) -1 (د) -2

7 المعكوس الضربى للعدد:  $(\frac{1}{3})^2$  هو .....

- (أ) 3 (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج) 9 (د)  $\frac{1}{9}$

8  $4^8 + 4^5 = \dots\dots\dots$

- (أ)  $1^{13}$  (ب)  $4^{13}$  (ج)  $4^3$  (د)  $4^4$

9  $3^2 + 3^2 + 3^2 = \dots\dots\dots$

- (أ)  $3^3$  (ب)  $9^6$  (ج)  $3^6$  (د)  $9^2$

10 خمس العدد  $5^4$  يساوى .....

- (أ)  $5 \times 5^2$  (ب)  $5^2$  (ج)  $5^5$  (د)  $5^0$

11 المعكوس الجمعى للعدد  $(\frac{-2}{3})^{-2}$  هو .....

- (أ)  $\frac{4}{9}$  (ب)  $\frac{9}{4}$  (ج)  $\frac{-9}{4}$  (د)  $\frac{-4}{9}$

12  $3^{-2} = \dots\dots\dots$

- (أ) -9 (ب) 9 (ج)  $\frac{1}{9}$  (د)  $\frac{-1}{9}$

13  $5^2 \times \dots\dots\dots = 1$

- (أ)  $2^5$  (ب) 1 (ج)  $5^{-2}$  (د) 0



14 إذا كان:  $\left(\frac{5}{4}\right)^x = \frac{64}{125}$  فإن:  $x =$

- (أ) 2 (ب) 3 (ج) -2 (د) -3

15 ضعف العدد  $2^x$  يساوى .

- (أ)  $4^x$  (ب)  $2^{2x}$  (ج)  $2^{x+1}$  (د)  $x^4$

16 أى الأعداد الآتية مكتوب بالصيغة العلمية؟

- (أ)  $0.23 \times 10^7$  (ب)  $-0.3 \times 10^4$  (ج)  $7 \times 10^9$  (د)  $11.3 \times 10^2$

17 أى الأعداد الآتية ليس فى الصيغة العلمية؟

- (أ)  $6.23 \times 10^4$  (ب)  $3.002 \times 10^{-4}$  (ج)  $10.1 \times 10^5$  (د)  $2.09 \times 10^{-3}$

18 إذا كان:  $8 \times 10^x = 20 \times 4,000$  ، فإن:  $x =$  .....

- (أ) 4 (ب) 1,000 (ج) 3 (د) 10

19 أى مما يلى يعبر عن العدد 12 ألفاً بالصيغة العلمية؟

- (أ)  $12 \times 10^3$  (ب)  $120 \times 10^2$  (ج)  $1.2 \times 10^4$  (د)  $12 \times 10^{-3}$

20 أى مما يأتى يساوى 0.000047 ؟

- (أ)  $4.7 \times 10^{-4}$  (ب)  $0.47 \times 10^4$  (ج)  $4.7 \times 10^5$  (د)  $4.7 \times 10^{-5}$

21 إذا كان:  $2.45 \times 10^n = 0.00245$  فما قيمة n ؟

- (أ) -4 (ب) -3 (ج) -2 (د) 3

22 إذا كان العدد  $a \times 10^7$  فى صيغته العلمية ، فأى مما يلى يمكن أن يكون قيمة a ؟

- (أ) 30 (ب) 3 (ج) 0.3 (د) 0.03

23 إذا كان:  $723 \times 10^{-6} = a \times 10^{-4}$  ، فإن:  $a =$  .....

- (أ) 0.723 (ب) 72.3 (ج) 7.23 (د) 723

24  $\pm \sqrt{36} =$  .....

- (أ) 6 (ب) -6 (ج)  $\pm 6$  (د)  $\pm 36$

25  $-\sqrt{\left(\frac{-2}{7}\right)^2} =$  .....

- (أ)  $-\frac{2}{7}$  (ب)  $\frac{2}{7}$  (ج)  $\frac{7}{2}$  (د)  $-\frac{7}{2}$

26 إذا كان:  $\sqrt{a} = 11$  ، فما قيمة a ؟

- (أ) 11 (ب) 22 (ج) 111 (د) 121

27  $\sqrt{\sqrt{10,000}} =$  .....

- (أ) 1,000 (ب) 100 (ج) 10 (د) 0.1

28 إذا كان:  $\sqrt{100 - 64} = 10 - 2x$  ، فإن قيمة  $x$  تساوي

- (أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 6

29 المعكوس الضربي للعدد:  $\sqrt{\frac{9}{16}}$  هو

- (أ)  $\frac{3}{4}$  (ب)  $-\frac{3}{4}$  (ج)  $\frac{4}{3}$  (د)  $\frac{16}{9}$

30  $\sqrt{225 + 400} = 15 + \dots\dots\dots$

- (أ) 25 (ب) 15 (ج) 20 (د) 10

31  $\sqrt[3]{-125} = \dots\dots\dots$

- (أ) 5 (ب)  $\pm 5$  (ج) -5 (د) -25

32  $\sqrt[3]{0.008} = \dots\dots\dots$

- (أ) -2 (ب) -0.2 (ج)  $\frac{1}{5}$  (د) 0.02

33  $\sqrt[3]{\dots\dots\dots} = 7$

- (أ) 14 (ب) 21 (ج) 49 (د) 343

34 إذا كان:  $\sqrt[3]{x} = -\sqrt{4}$  ، فإن:  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) 8 (ب) 16 (ج) -16 (د) -8

35  $\sqrt[3]{\frac{1000}{x}} = 5$  ، فإن:  $x = \dots\dots\dots$

- (أ) 5 (ب) -5 (ج) 8 (د) 200

36 مجموعة حل المعادلة:  $\sqrt[3]{x^2} = 4$  في  $Z$  تساوي ...

- (أ)  $\{4\}$  (ب)  $\{-4\}$  (ج)  $\{8\}$  (د)  $\{8, -8\}$

2 اكمل كلاً مما يأتي:

1  $2^5 = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$  2  $\frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} \times \frac{-2}{3} = ( \quad )$

3  $2^4 = 4$  4  $\frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)$

5 3 هي الصورة الأسية للعدد 81.

6 المعكوس الجمعي للعدد  $\left(\frac{-5}{7}\right)^0$  يساوي .

7  $a^5 \times \dots\dots\dots = a^8$

8  $-7(C)^0 = \dots\dots\dots$  ، حيث  $C \neq 0$

و إذا كان:  $2^6 + 2^6 = 2^x$ ، فإن:  $5x = \dots\dots\dots$

10  $-\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \dots\dots\dots$  11 إذا كان:  $x = y$ ، فإن:  $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-y} = \dots\dots\dots$

12 إذا كان:  $a = \frac{3}{7}$ ، فإن:  $a^{-1} = \dots\dots\dots$  13  $\frac{3}{5^{-2}} = \dots\dots\dots$

14  $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \left(\frac{5}{2}\right) \dots\dots\dots$  15  $a^{-3} \times a^5 = a$  (حيث  $a \neq 0$ )

16  $L^7 \div L = L^9$  (حيث  $L \neq 0$ ) 17 المعكوس الضربي للعدد  $(3)^{-1}$  هو  $\dots\dots\dots$

18 العدد  $17.23 \times 10^4$  في الصيغة العلمية هو  $\dots\dots\dots$

19 العدد  $314 \times 10^{-6}$  في الصيغة العلمية هو  $\dots\dots\dots$

20 العدد  $0.023 \times 10^{-3}$  في الصيغة العلمية هو  $\dots\dots\dots$

21 العدد  $629 \times 10^6$  في الصيغة العلمية هو  $\dots\dots\dots$

22 العدد 129 ملياً في الصيغة العلمية هو  $\dots\dots\dots$

23 العدد 830,000,000 في الصيغة العلمية هو  $\dots\dots\dots$

24 العدد 0.0000189 في الصيغة العلمية هو  $\dots\dots\dots$

25 العدد  $7.2 \times 10^5$  بالصورة القياسية هو  $\dots\dots\dots$

26 العدد  $6.5 \times 10^{-3}$  بالصورة القياسية هو  $\dots\dots\dots$

27  $\sqrt{10^2 - 6^2} = 10 - \dots\dots\dots$  28  $\sqrt{2\frac{1}{4}} = \dots\dots\dots$

29  $\sqrt{0.0049} = \dots\dots\dots$

30 المعكوس الضربي للعدد النسبي  $\sqrt{\frac{10}{2.5}}$  يساوي  $\dots\dots\dots$

31  $\sqrt{25} = \sqrt{9} + \sqrt{\dots\dots\dots}$  32 مجموع الجذرين التربيعيين للعدد 36 هو  $\dots\dots\dots$

33  $\sqrt{25y^8} = \dots\dots\dots$  34  $\sqrt{\frac{9a^4b^8}{16c^2d^{10}}} = \dots\dots\dots$

35 مربع مساحته  $49x^2$  مستطير مربع فإن طول ضلعه يساوي  $\dots\dots\dots$  36  $\sqrt{25} - \sqrt[3]{-125} = \dots\dots\dots$

37  $\sqrt[3]{-0.027} = \dots\dots\dots$  38  $\sqrt[3]{a^{12}} = \sqrt{\dots\dots\dots}$

39  $\sqrt[3]{\dots\dots\dots} = \sqrt{16}$  40 إذا كان:  $x = \sqrt{9}$ ،  $y = \sqrt[3]{-27}$  فإن:  $xy = \dots\dots\dots$





### تطبيق المفاهيم العلمية:

3 ضع علامة (> أو < أو =):

- $9^2$  3  $3^4$  3  
 $(-1)^5$  6  $8^0$  6  
 $2^5$  2  $5^2$  2  
 $(-7)^2$  5  $(-7)^2$  5  
 $0.27 \times 10^6$  8  $2.7 \times 10^5$  8  
 $2.9 \times 10^{-5}$  10  $0.00029$  10  
 $\sqrt[3]{64}$  12  $\sqrt{64}$  12  
 $\sqrt{\frac{1}{9}}$  14  $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$  14  
 $0 \dots (-3)^3$  1  
 $(-1)^8 \dots (-1)^9$  4  
 $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \dots \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$  7  
 $7 \times 10^5$  9 ملايين 7  
 $6.1 \times 10^3 \dots 6.1 \times 10^{-3}$  11  
 $-\sqrt[3]{-125} \dots \sqrt{25}$  13

4 اكتب كلاً مما يأتي في الصورة الأسية بحيث يكون الأساس عدداً أولياً:

- 625 4  
 343 3  
 100 2  
 32 1

5 اكتب كلاً مما يأتي بالصيغة العلمية:

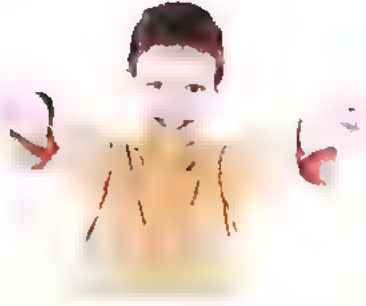
- $230 \times 10^6$  4  
 27 مليوناً 3  
 $0.0000095$  2  
 $94,000,000$  1  
 $623 \times 10^{-3}$  6  
 0.034 مليار 5

6 اكتب كلاً مما يأتي بالصورة القياسية:

- $6.2 \times 10^{-5}$  4  
 $2.001 \times 10^4$  3  
 $1.94 \times 10^{-2}$  2  
 $2.4 \times 10^3$  1

7 أوجد في أبسط صورة (علماً بأن المقامات التي تشتمل على رموز أي من هذه الرموز لا يساوي صفراً):

- $\frac{5^3 \times 5^5}{5 \times 5^6}$  3  
 $\frac{a^2 \times a^{-7}}{a^{-3} \times a^5}$  6  
 $\left(\frac{2}{7}\right)^{-7} \div \left(\frac{2}{7}\right)^{-9}$  2  
 $\frac{(-6)^3 \times (-6)^{-2}}{(-6)^{-4} \times (-6)^3}$  5  
 $\frac{-7 \times 4^{-2} \times 3^4}{3 \times 7^{-1} \times 4^{-3}}$  8  
 $\sqrt{1\frac{5}{4}} - \frac{3}{2}$  10  
 $\left(\frac{5}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{4}\right)^0 \times \sqrt{\frac{25}{16}}$  12  
 $\sqrt{\frac{9}{25}} + \left(\frac{5}{2}\right)^{-1} + \left(\frac{3}{5}\right)^0$  14  
 $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} \times \sqrt{\frac{25}{16}} \times \left(\frac{-2}{9}\right)^0$  16  
 $\sqrt{\frac{1}{4}} - \sqrt[3]{\frac{-1}{8}} - \left(\frac{2}{3}\right)^0$  18  
 $(-2)^3 \times (-2)^2$  1  
 $\frac{a^7 \times b^4}{a^5 \times b^6}$  4  
 $\frac{a^5 b^6 c^7}{a^3 b^{-2} c^9}$  7  
 $\left(\frac{8^3 \times 8^{-5}}{8^{-3}}\right)^{-1}$  9  
 $\left(\frac{-3}{7}\right)^0 \times \left(\frac{-2}{5}\right)^2 \times \sqrt{6\frac{1}{4}}$  11  
 $\left(\frac{-1}{3}\right)^2 + \sqrt{\frac{64}{81}} - \left(\frac{3}{7}\right)^0$  13  
 $\sqrt{\frac{16}{25}} + 5^{-1} - \left(\frac{4}{7}\right)^0$  15  
 $\sqrt[3]{-125} + \sqrt{25} - \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$  17



8 اكتب ناتج كل مما يأتي بالصيغة العلمية:

1  $(6.2 \times 10^4) \times (4.8 \times 10^3)$

2  $(6.3 \times 10^3) \div (0.9 \times 10^{-2})$

3  $(7.41 \times 10^5) + (2.34 \times 10^3)$

4  $(8.4 \times 10^{-7}) - (3.9 \times 10^{-3})$

9 رتب كلاً مما يأتي ترتيباً تنازلياً:

1  $6.23 \times 10^7$  ،  $0.623 \times 10^9$  ،  $62.3 \times 10^5$

2  $92.3 \times 10^{12}$  ،  $923,000,000$  ،  $0.923 \times 10^{11}$

3  $7.34 \times 10^{-8}$  ،  $0.0734 \times 10^{-5}$  ،  $73.4 \times 10^{-6}$

10 أوجد في Z مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

1  $x^2 = 36$  2  $x^2 - 5 = 44$  3  $2x^2 + 3 = 53$

4  $3x^2 - 1 = 146$  5  $x^3 = 125$  6  $x^3 = -64$

7  $-x^3 = 8$  8  $2x^3 = 54$  9  $3x^3 - 12 = 180$

10  $5x^3 + 9 = 3x^3 + 11$  11  $(2x - 1)^3 - 2 = 25$

### ثالثاً التحليل وتكامل المواد:

11 أوجد القيمة العددية لكل من المقادير الآتية عند القيم المعطاة:

1  $(-b)^8$  عند  $b = -7$  ،  $a = 3$

2  $a^2 \times b^{-3}$  عند  $b = 2$  ،  $a = 4$

3  $(a - b)^{-4}$  عند  $b = \frac{-1}{4}$  ،  $a = \frac{1}{2}$

12 تبلغ حمولة إحدى السفن 160 طناً أوجد كتلة تلك الحمولة بالكجم بالصيغة العلمية.

13 يبلغ وزن الإلكترون حوالي  $0.0009109 \times 10^{-27}$  كجم، أوجد وزن الإلكترون بالجرام بالصيغة العلمية.

14 إذا كان:  $Z \in \overline{xy}$  و  $(xz)^2 = 144$  ،  $(yz)^2 = 49$ ، فأوجد طول  $\overline{xy}$

15 إذا كانت مساحة مربع تساوي مساحة مستطيل بُعده 4 سنتيمترات، 9 سنتيمترات، فاحسب طول ضلع المربع.

16 مكعب حجمه 729 وحدة مكعبة، أوجد مجموع أطوال أحراره.

17 مكعب حجمه يساوي  $a^9$  وحدة مكعبة، أوجد مساحة أحد أوجهه إذا كانت  $a = 2$

## اختبار الأضواء (1)

1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 أى مما يأتي يساوى  $(-4)^3$  ؟

- (أ) -8 (ب) -16 (ج) -4 (د) -64

2 إذا كان عدد سكان العالم حوالى 8 مليارات نسمة، فما الصيغة العلمية لعدد سكان العالم ؟

- (أ)  $8 \times 10^8$  (ب)  $8 \times 10^9$  (ج)  $80 \times 10^8$  (د)  $8 \times 10^{10}$

3  $\sqrt{9} - \sqrt[3]{-27} = \dots\dots\dots$ 

- (أ) 0 (ب) 9 (ج) 6 (د) 27

2 أكمل كلاً مما يأتي:

1 مجموع الجذرين التربيعيين للعدد 49 يساوى

2 إذا كان  $x^{-1} = \frac{3}{5}$  فإن  $x = \dots\dots\dots$ 3 إذا كان  $3^4 + 3^4 + 3^4 = 3^n$  فإن  $n = \dots\dots\dots$ 

3 اختصر لأبسط صورة:

$$\sqrt[3]{-1000} \times \sqrt{0.04}$$

$$\frac{5^5 \times 5^{-3}}{5^4}$$

$$\left(\frac{3}{7}\right)^5 \div \left(\frac{3}{7}\right)^3$$

4  $\frac{a^{-1}}{b^2} \times \left(\frac{a^{-1}}{2b^2}\right)^{-1}$  حيث كل من  $a \neq 0, b \neq 0$ 

$$\frac{a^7 \times a^8 \times a^2}{a^3 \times a^9 \times a^5} \text{ حيث } a \neq 0$$

$$\sqrt{\frac{64}{81}} - \sqrt[3]{\frac{-1}{729}} + \left(\frac{-3}{7}\right)^0$$

4 أوجد قيمة  $x$  في كل مما يأتي:

$$\sqrt[3]{x} = -\sqrt{4}$$

$$x^2 = 16$$

$$x^3 + 1 = 0$$

$$x^2 = \sqrt[3]{8^4}$$

$$x^3 + 4 = 12$$

$$3x^{-1} = 27$$

5 اكتب الأعداد الآتية على الصيغة العلمية:

$$-0.04 \times 10^{-6}$$

$$49 \times 10^3$$

$$\frac{1}{4} \text{ مليار}$$

6 إذا كانت  $a = \frac{-2}{3}$  ،  $b = \frac{1}{2}$  فأوجد  $a^{-2} - b^2$ 

7 مربع مساحته 144 مستقيماً مربعاً، احسب محيطه.

8 إذا كان حجم مكعب يساوى 125 مستقيماً مكعباً، فاحسب طول حرفه.

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مستنواك



★★★★★

ذاكر شرح الدرس مرة أخرى

حل تدريبات أكثر

حل امتحانات أكثر

حل امتحانات أكثر



## اختبار الأضواء (2)

1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 المعكوس الضربي للعدد  $5^{-2}$  هو  
 (أ)  $5^2$  (ب)  $\frac{1}{5^2}$  (ج)  $5^{-2}$  (د)  $-5^{-2}$
- 2  $\sqrt[3]{x^6} = \sqrt{\dots\dots\dots}$   
 (أ)  $x^3$  (ب)  $x^2$  (ج)  $x$  (د)  $x^4$
- 3 الصورة القياسية للعدد  $2 \times 10^{-3}$  هي ...  
 (أ) 2,000 (ب) 0.002 (ج) 0.02 (د) 200

2 أكمل كلاً مما يأتي:

- 1  $\sqrt{\left(\frac{-2}{3}\right)^2} = \dots\dots\dots$
- 2 إذا كان:  $a = 7^x$ ،  $b = 7^{-x}$ ، فإن:  $ab = \dots\dots\dots$
- 3 المعكوس الجمعي للعدد  $\left(\frac{-1}{3}\right)^0$  هو

3 أوجد قيمة  $n$  في كل مما يأتي:

- 1  $0.000046 = 4.6 \times 10^n$
- 2  $8,500,000 = n \times 10^6$

4 اختصر كلاً مما يأتي لأبسط صورة:

- 1  $\frac{8^{10} \times 8^{-2}}{8^5 \times 8}$
- 2  $\left(\frac{C^{-5}}{C^{-6}}\right)^{-1}$  حيث  $C \neq 0$
- 3  $\sqrt{\frac{4a^2}{81b^6}}$  حيث  $b \neq 0$
- 4  $\sqrt{\frac{81}{49}} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 + \sqrt[3]{\frac{125}{343}}$

5 1 أوجد قيمة  $X$  في كل مما يأتي:

- (أ)  $\frac{1}{2}x^2 = 32$  (ب)  $x^3 - 1 = 999$  (ج)  $\sqrt[3]{x} = 5$

2 أوجد في  $Z$  مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

- (أ)  $3x^2 + 8 = 13 - 2x^2$  (ب)  $(x+3)^3 = -343$  (ج)  $(5x-2)^2 + 10 = 19$

6 اكتب ناتج ما يلي على الصيغة العلمية:

- 1  $6,000 \times 500$
- 2  $\frac{1}{2} + 0.0025$  مليون
- 3  $(3.8 \times 10^3) + (4.6 \times 10^4)$
- 4  $(5.2 \times 10^9) - (8.5 \times 10^8)$

7 مساحة مربع تساوي مساحة مثلث طول قاعدته 9 سم، وارتفاعه المناظر لهذه القاعدة 8 سم، أوجد طول ضلع المربع.

8 إذا كان:  $n = \sqrt{9}$ ،  $m = \sqrt[3]{27}$ ، فأوجد قيمة:  $n^2 m^3$ 

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

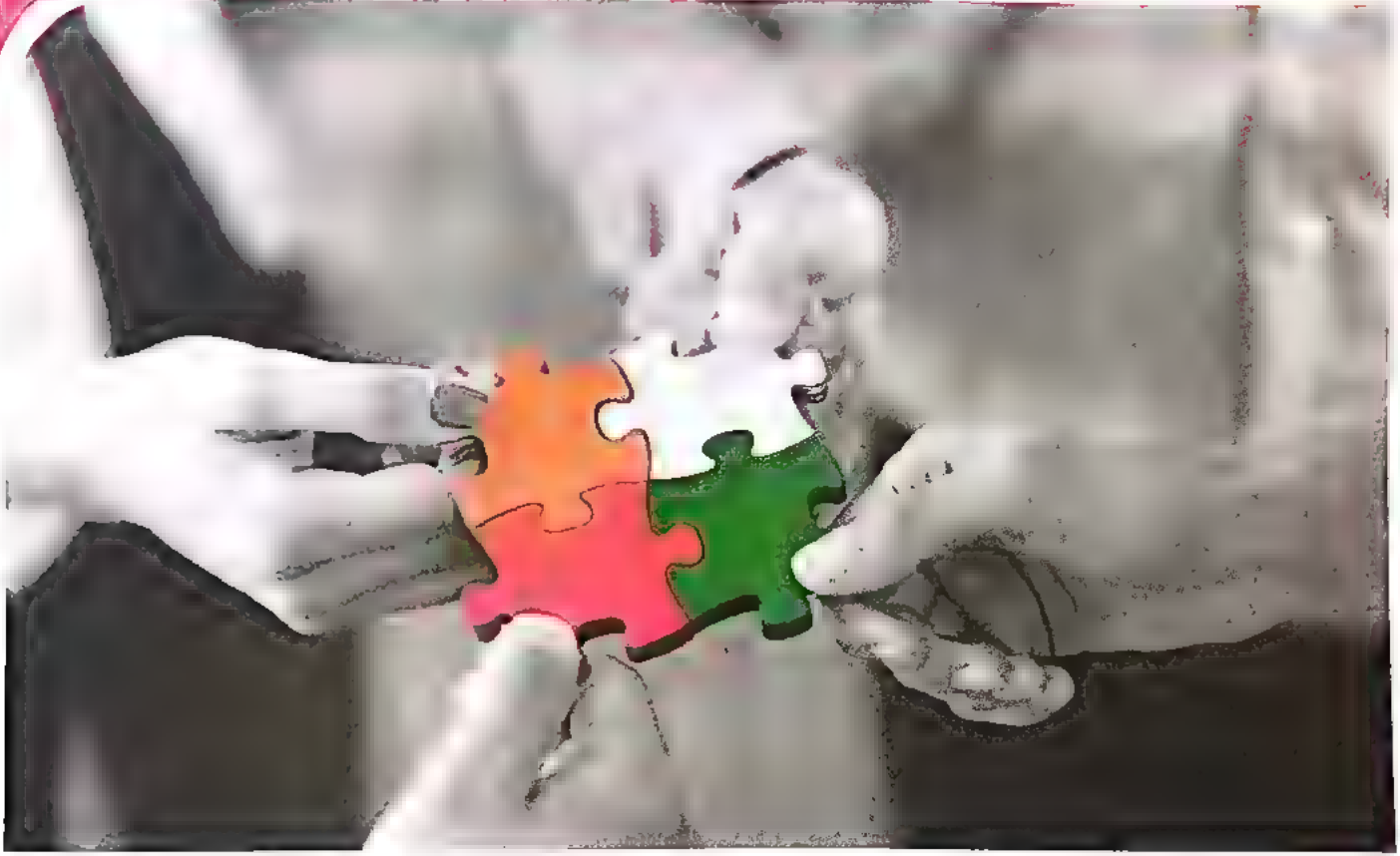
تابع مستواك

★★★★★



# الجبر

الوحدة  
الثانية



## دروس الوحدة

الدرس الأول:	المتباينات (Inequalities)
الدرس الثاني:	ضرب حد جبري في حد جبري أو مقدار جبري (Multiplying Algebraic Term by Algebraic Term or Algebraic Expression)
الدرس الثالث:	ضرب المقادير الجبرية (Multiplying Algebraic Expressions)
الدرس الرابع:	قسمة حد جبري أو مقدار جبري على حد جبري (Dividing Algebraic Term or Algebraic Expression by Algebraic Term)
الدرس الخامس:	قسمة المقادير الجبرية (Dividing Algebraic Expressions)

يستخدم الذكاء الاصطناعي (AI) في تقديم حلول تفصيلية لبعض المسائل الجبرية المعقدة.

• فهل يمكن استخدام تطبيقات الذكاء الاصطناعي في إجراء عمليات جبرية تتضمن المعادلات والمتباينات؟

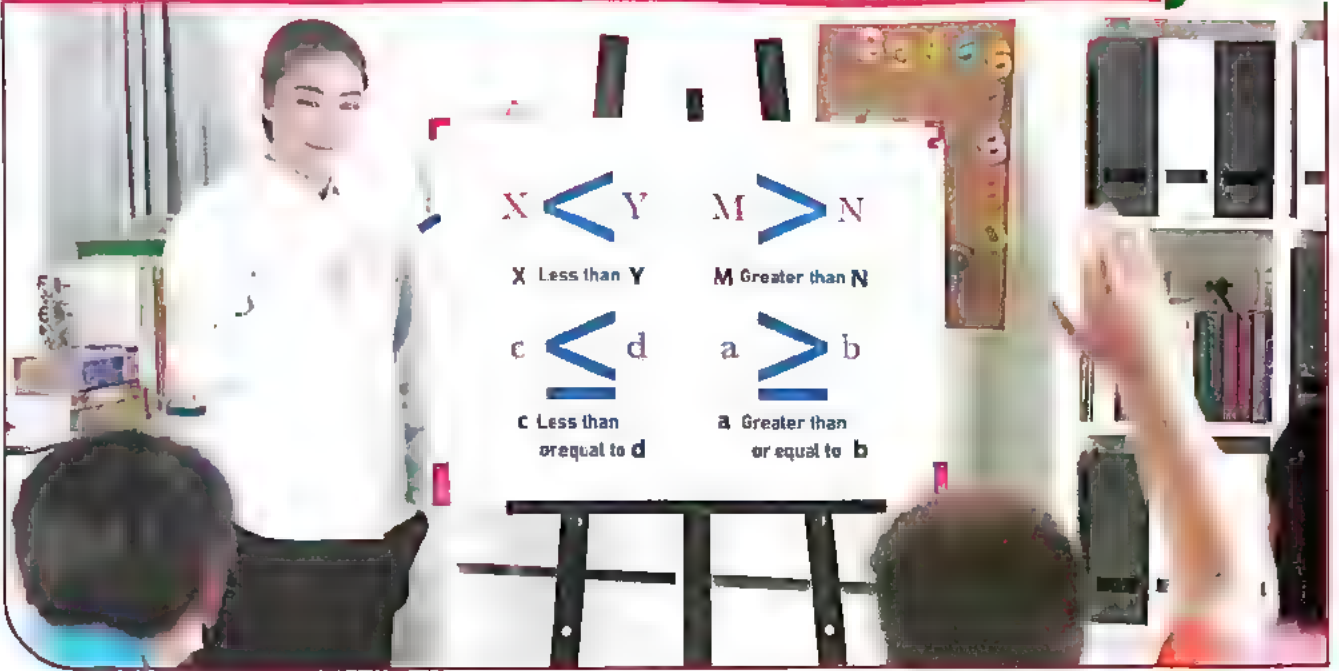
القيم:  
- الاحترام الآخر.  
- تجنب المخاطر.  
- العمل.  
- التعاون.  
- المسؤولية.  
- تقدير الجمال.

القضايا والمهارات الحياتية:  
- الفهم الرياضي.  
- تكنولوجيا المعلومات.  
- التفكير الإبداعي.  
- التفكير المنطقي.  
- حل المشكلات.

# المتباينات (Inequalities)

الدرس 1

ذاكر



## نواتج التعلم

- يتعرف الطالب على متباينة الدرجة الأولى في متغير واحد.
- يحل الطالب متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد.
- يكون الطالب متباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد.
- يستخدم الطالب خواص المتباينة في حل المتباينة.

- أقل من (Less Than)

- أقل من أو يساوي (Less Than or Equals)

- متباينة (Inequality)

- أكبر من (Greater Than)

- أكبر من أو يساوي (Greater Than or Equals)

مفردات أساسية

## تفكير وابتكار



- إذا أبطأ أسامة سرعة سيارته بمقدار 15 كم/ ساعة عند وصوله إلى منطقة سكنية الحد الأقصى للسرعة عندها 20 كم/ ساعة، ولم يتجاوز حد السرعة المسموح به، فأى مما يلي يعبر عن سرعة السيارة (x) قبل الوصول للمنطقة السكنية؟

$$x - 15 > 20$$

$$x + 15 \leq 20$$

$$x - 15 \leq 20$$

في هذا الدرس، سوف نتعلم تكوين وحل متباينة الدرجة الأولى في متغير واحد، كما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

## تعلم 1 مفهوم المتباينة :

المتباينة: هي جملة رياضية تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما إحدى العلامات:  $( < , > , \leq , \geq )$

فمثلاً: المتباينة  $x < 2$  تقرأ أقل من 2 ، المتباينة  $x > 2$  تقرأ أكبر من 2

المتباينة  $x < -7$  تقرأ أقل من -7

المتباينة  $x \geq 5$  تقرأ أكبر من أو تساوي 5

المتباينة  $3x + y \leq 10$  تقرأ 3x زائد y أقل من أو تساوي 10

المتباينة  $2x - 5 > 3$  تقرأ 2x ناقص 5 أكبر من 3

⚠️ لاحظ أن

المتباينة  $x > 2$

هي نفسها  $x < 2$

## مثال 1: أى مما يأتى يمثل متباينة مع بيان السبب؟

1  $4x + 5 = 9$

2  $2x \geq 12$

3  $7x$

4  $3x + 4 < -1$

الحل

1  $4x + 5 = 9$  لا تمثل متباينة ولكنها تمثل معادلة لأنها تحتوى على علامة (=)

2  $2x \geq 12$  تمثل متباينة لأنها تحتوى على علامة التباين ( $\geq$ )

3  $7x$  لا تمثل متباينة لأنها حد جبرى.

4  $3x + 4 < -1$  تمثل متباينة لأنها تحتوى على علامة ( $<$ )

متباينة الدرجة الأولى فى متغير واحد: هي متباينة تحتوى على متغير واحد فقط مرفوع لأس واحد.

1  $4x + 1 \leq 2x - 3$

2  $5x - 3 < 1$

3  $2x \geq 6$

فمثلاً:

المتغير x والأس واحد

المتغير x والأس واحد

المتغير x والأس واحد

## تعلم 2 كتابة المتباينة :

• عند التعبير عن المشاكل التى تصادفنا فى بعض المواقف الحياتية يمكننا أحياناً تحويل هذه المواقف إلى متباينات لحل تلك المشاكل

## مثال 2 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ما المتباينة التى تعبر عن درجة الحرارة  $x$  أقل من  $40^\circ$  ؟

(أ)  $x < 40^\circ$  (ب)  $x > 40^\circ$  (ج)  $x \leq 30^\circ$  (د)  $x \geq 40^\circ$

2 أى من المتباينات الآتية تعبر عن الموقف التالى 'يحتاج عمر إلى ساعتين على الأقل لحل الواجب' ؟

(أ)  $x < 2$  (ب)  $x \leq 2$  (ج)  $x > 2$  (د)  $x \geq 2$

3 ما المتباينة التى تعبر عن أن ضعف العدد  $x$  مطروحاً منه 3 أكبر من 7 ؟

(أ)  $2x - 3 > 7$  (ب)  $2x - 3 < 7$  (ج)  $2x < 7$  (د)  $2x > 7$

الحل

1 المتباينة هي:  $x < 40^\circ$

2 المتباينة هي:  $x \geq 2$

3 المتباينة هي:  $2x - 3 > 7$

⚠️ لاحظ أن

• (على الأقل أو الأيقل)

تعنى: 'أكبر من أو تساوي'

• (على الأكثر أو ألا يزيد)

تعنى: 'أقل من أو تساوي'

## سؤال 1

عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة:

1 يجب ألا يقل عمرك عن 16 سنة لاستخراج بطاقة الرقم القومى.

2 يجب حفظ الدواء فى درجة حرارة لا تزيد عن  $30^\circ$  3 للاشتراك فى فريق كرة السلة يجب ألا يقل طولك عن 160 سم.



### تعلم 3 حل المتباينة :

حل المتباينة: هو إيجاد قيم المتغير التي تحقق المتباينة.

مجموعة التعويض: هي المجموعة التي تنتمي إليها القيم المحتملة للمتغير في المتباينة.

مجموعة الحل: هي مجموعة القيم التي تنتمي لمجموعة التعويض وتحقق المتباينة. (أي أن مجموعة الحل مجموعة جزئية من مجموعة التعويض)

• لاحظ أن

• عند حل المتباينة من الدرجة الأولى في متغير واحد نستخدم نفس الطريقة المتبعة في حل المعادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد مع مراعاة خواص التباين.

« خواص التباين » إذا كانت  $A, B, C$  ثلاثة أعداد، فإن هذه الأعداد الخواص الآتية:

#### 1 خاصية الجمع أو الإضافة:

إذا كان:  $A > B$  فإن:  $A + C > B + C$

فمثلاً: إذا كان:  $7 > 5$  فإن:  $7 + 1 > 5 + 1$  ومنها:  $8 > 6$

أي أن: عند جمع (أو إضافة) نفس العدد إلى طرفي المتباينة فإنها تبقى صحيحة.

#### 2 خاصية الطرح أو الحذف:

إذا كان:  $A > B$  فإن:  $A - C > B - C$

فمثلاً: إذا كان:  $7 > 5$  فإن:  $7 - 3 > 5 - 3$  ومنها:  $4 > 2$

أي أن: عند طرح (أو حذف) نفس العدد من طرفي المتباينة فإنها تبقى صحيحة.

#### 3 خاصية الضرب:

إذا كان:  $A > B$  فإن:  $A \times C > B \times C$  إذا كان:  $C > 0$

فإن:  $A \times C < B \times C$  إذا كان:  $C < 0$

فمثلاً: إذا كان:  $4 > 3$  فإن:  $4 \times 5 > 3 \times 5$  ومنها:  $20 > 15$

فإن:  $4 \times (-5) < 3 \times (-5)$  ومنها:  $-20 < -15$

أي أن: • عند ضرب طرفي المتباينة في عدد موجب فإنها تبقى صحيحة.

• عند ضرب طرفي المتباينة في عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

#### 4 خاصية القسمة:

إذا كان:  $A > B$  فإن:  $\frac{A}{C} > \frac{B}{C}$  إذا كان:  $C > 0$

فإن:  $\frac{A}{C} < \frac{B}{C}$  إذا كان:  $C < 0$

فمثلاً: إذا كان:  $6 > 4$  فإن:  $\frac{6}{2} > \frac{4}{2}$  ومنها:  $3 > 2$

فإن:  $\frac{6}{-2} < \frac{4}{-2}$  ومنها:  $-3 < -2$

أي أن: • عند قسمة طرفي المتباينة على عدد موجب فإنها تبقى صحيحة.

• عند قسمة طرفي المتباينة على عدد سالب يتغير اتجاه علامة التباين حتى تبقى المتباينة صحيحة.

#### نقاط هامة

حيث:  $A, B$  موجبان معاً أو سالبان معاً.

فإن:  $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$

إذا كان:  $A > B$

فإن:  $\frac{1}{5} < \frac{1}{2}$

فمثلاً: إذا كان:  $5 > 2$

### مثال 3 أوجد مجموعة حل المتباينة: $2x + 1 \leq 5$

Q 3

Z 2

N 1 إذا كانت مجموعة التعويض:

الحل

حل اخر

(لتنوع الاستراتيجيات يمكن الحل بعكس العملية)

$$\triangleright 2x + 1 \leq 5$$

$$\therefore 2x + 1 - 1 \leq 5 - 1 \quad (\text{بطرح 1 من الطرفين})$$

$$\therefore 2x \leq 4$$

$$\therefore \frac{2x}{2} \leq \frac{4}{2} \quad (\text{بقسمة الطرفين على 2})$$

$$\therefore x \leq 2$$

1 مجموعة الحل في N هي:  $\{0, 1, 2\}$

2 مجموعة الحل في Z هي:  $\{\dots, -2, -1, 0, 1, 2\}$

3 مجموعة الحل في Q هي:  $\{x : x \in Q, x \leq 2\}$

⚠️ لاحظان

مجموعة الحل في Q تكتب بطريقة الصفة المب

### مثال 4 أوجد مجموعة حل المتباينة: $9 - 6x < 15$

Q 3

Z 2

N 1 إذا كانت مجموعة التعويض:

الحل

حل اخر

(لتنوع الاستراتيجيات)

$$\triangleright 9 - 6x < 15$$

$$\therefore 9 - 6x - 9 < 15 - 9 \quad (\text{بطرح 9 من الطرفين})$$

$$\therefore -6x < 6$$

$$\therefore \frac{-6x}{-6} > \frac{6}{-6} \quad (\text{بقسمة الطرفين على -6 مع تغيير اتجاه علامة المتباينة})$$

$$\therefore x > -1$$

1 مجموعة الحل في N هي:  $\{0, 1, 2, \dots\}$

2 مجموعة الحل في Z هي:  $\{0, 1, 2, \dots\}$

3 مجموعة الحل في Q هي:  $\{x : x \in Q, x > -1\}$

$$\triangleright 9 - 6x < 15$$

$$\therefore -6x < 15 - 9$$

$$\therefore -6x < 6$$

$$\therefore x > \frac{6}{-6}$$

$$\therefore x > -1$$

### مثال 5 أوجد في Z مجموعة حل المتباينة: $4x + 3 \leq 6x + 11$

حل اخر

الحل

$$4x + 3 \leq 6x + 11$$

$$\therefore 4x - 6x \leq 11 - 3$$

$$\therefore -2x \leq 8$$

$$\therefore x \geq \frac{8}{-2}$$

$$\therefore x \geq -4$$

$$\triangleright 4x + 3 \leq 6x + 11$$

$$\therefore 4x - 6x + 3 \leq 6x - 6x + 11 \quad (\text{بطرح 6x من الطرفين})$$

$$\therefore -2x + 3 \leq 11$$

$$\therefore -2x + 3 - 3 \leq 11 - 3 \quad (\text{بطرح 3 من الطرفين})$$

$$\therefore -2x \leq 8$$

$$\therefore \frac{-2x}{-2} \geq \frac{8}{-2} \quad (\text{بقسمة الطرفين على -2 مع تغيير اتجاه علامة المتباينة})$$

$$\therefore x \geq -4$$

$\therefore$  مجموعة الحل في Z هي:  $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, \dots\}$



**مثال 6** أوجد في كل من  $Q$  ،  $N$  مجموعة حل المتباينة:  $2(x+5) - 3 < 2$

**الحل**

$$\triangleright 2(x+5) - 3 < 2$$

$$\therefore 2x + 10 - 3 < 2 \quad (\text{خاصية التوزيع})$$

$$\therefore 2x + 7 < 2$$

$$\therefore 2x + 7 - 7 < 2 - 7 \quad (\text{بطرح 7 من الطرفين})$$

$$\therefore 2x < -5$$

$$\therefore \frac{2x}{2} < \frac{-5}{2} \quad (\text{بقسمة الطرفين على 2})$$

$$\therefore x < \frac{-5}{2}$$

$\therefore$  مجموعة الحل في  $Q$  هي:  $\{x : x \in Q, x < \frac{-5}{2}\}$  ، مجموعة الحل في  $N$  هي:  $\emptyset$

**مثال 7**

📌 يحتاج حمزة إلى توفير 250 جنيهاً على الأقل لشراء لعبة جديدة، وكان لديه بالفعل 100 جنية ويستطيع توفير 20 جنيهاً كل أسبوع من مصروفه. اكتب متباينة وحلها، ثم أوجد أقل عدد من الأسابيع سيحتاج إليها حمزة لتوفير المال لشراء اللعبة.

**الحل**

• نفرض أن عدد الأسابيع التي يحتاج إليها حمزة  $x$

$$\therefore 20x + 100 \geq 250$$

$$\therefore 20x + 100 - 100 \geq 250 - 100 \quad (\text{بطرح 100 من الطرفين})$$

$$\therefore 20x \geq 150$$

$$\therefore \frac{20x}{20} \geq \frac{150}{20} \quad (\text{بقسمة الطرفين على 20})$$

$$\therefore x \geq 7.5$$

$\therefore$  يحتاج حمزة إلى 8 أسابيع على الأقل حتى يوفر ثمن اللعبة.



**سؤال 2**

1 أكمل ما يأتي بوضع إحدى العلامتين  $>$  أو  $<$ :

(أ) إذا كان  $a > 0$  ،  $b > 0$  وكان  $a > b$  فإن:  $\frac{1}{a} \dots \frac{1}{b}$

(ب) إذا كان  $a > b$  ،  $x = -2$  فإن:  $ax \dots bx$

(ج) إذا كان  $A > B$  ،  $C$  أي عدد فإن:  $A - C \dots B - C$

(د) إذا كان  $-2x > 6$  فإن:  $x \dots -3$

2 أوجد مجموعة حل كل من المتباينات الآتية إذا كانت مجموعة التمييز  $Q, Z, N$ :

$$(أ) 2x + 5 > 15 \quad (ب) 4 - 6x \leq 10$$

$$(ج) 8x - 3x + 3 < 29 \quad (د) 9x + 1 \geq 4(2x + \frac{1}{4})$$

$$(هـ) 3(x + 2) \geq -2(x + 1) \quad (و) \frac{4x - 6}{2} < \frac{5(x - 1)}{3} \quad (\text{إرشاد: اضرب طرفي المتباينة في 6})$$

## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 ما المتباينة التي تعبر عن أن درجة الطالب  $x$  في أحد الاختبارات لا بد أن تزيد على 7؟

- (أ)  $x > 7$  (ب)  $x \geq 7$  (ج)  $x < 7$  (د)  $x \leq 7$

2 ما المتباينة التي تعبر عن أن درجة الحرارة  $x$  أقل من  $50^\circ$ ؟

- (أ)  $x > 50^\circ$  (ب)  $x \geq 50^\circ$  (ج)  $x < 50^\circ$  (د)  $x \leq 50^\circ$

3 ما المتباينة التي تعبر عن أن ثلاثة أمثال العدد  $x$  أكبر من أو يساوي 4؟

- (أ)  $3x < 4$  (ب)  $3x \leq 4$  (ج)  $x - 3 \geq 4$  (د)  $3x \geq 4$

4 ما المتباينة التي تعبر عن أن ضعف العدد  $x$  أقل من 5؟

- (أ)  $x + 2 < 5$  (ب)  $x - 2 < 5$  (ج)  $2x < 5$  (د)  $2x > 5$

5 ما المتباينة التي تعبر عن ألا يقل عمر المتقدم لوظيفة معينة عن 30 سنة؟

- (أ)  $x > 30$  (ب)  $x \geq 30$  (ج)  $x < 30$  (د)  $x \leq 30$

6 ما المتباينة التي تعبر عن الموقف التالي: «يحتاج عمر إلى ثلاث ساعات على الأقل لحل الواجب»؟

- (أ)  $x < 3$  (ب)  $x \leq 3$  (ج)  $x > 3$  (د)  $x \geq 3$

7 ما المتباينة التي تعبر عن الموقف التالي: «حمولة المصعد 6 أفراد على الأكثر»؟

- (أ)  $x > 6$  (ب)  $x \geq 6$  (ج)  $x < 6$  (د)  $x \leq 6$

8 إذا كانت  $x \in \mathbb{Z}$ ،  $x + 2 < 7$  فأى مما يأتي يمكن أن يكون إحدى قيم العدد  $x$ ؟

- (أ) 4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 7

9 إذا كانت  $x \in \mathbb{N}$ ،  $x - 1 > 4$  فأى مما يأتي يمكن أن يكون إحدى قيم العدد  $x$ ؟

- (أ) 3 (ب) 4 (ج) 5 (د) 7

10 أي المتباينات التالية يكون أحد حلولها في  $\mathbb{Z}$  هو  $x = -4$ ؟

- (أ)  $x > -3$  (ب)  $x < -3$  (ج)  $x > -4$  (د)  $x < -4$

11 أي من المتباينات التالية يكون أحد حلولها في  $\mathbb{Z}$  هو  $x = -7$ ؟

- (أ)  $x > -7$  (ب)  $x < -7$  (ج)  $x > -6$  (د)  $-x \geq -7$

12 أي من المتباينات التالية يكون أحد حلولها في  $\mathbb{Z}$  هو  $x = 2$ ؟

- (أ)  $-x \geq 2$  (ب)  $-x < 4$  (ج)  $x > 2$  (د)  $-x < -3$



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 المتباينة  $x > 1$  هي نفسها المتباينة ...  
 (أ)  $x < 1$  (ب)  $x > -1$  (ج)  $x - 1 > 0$  (د)  $x < -1$
- 2 مجموعة حل المتباينة:  $0 \leq 2x - 1$  في  $N$  هي .....  
 (أ)  $\emptyset$  (ب)  $\{0, 1\}$  (ج)  $\{0\}$  (د)  $\{\frac{1}{2}, 0\}$
- 3 المتباينة التي تعبر عن «مطلوب محاسب لا تقل خبرته عن 3 سنوات» هي .....  
 (أ)  $x \geq 3$  (ب)  $x > 3$  (ج)  $x < 3$  (د)  $x \leq 3$
- 4 إذا كانت  $x \in Z$ ،  $2 < x - 3$  فأى مما يأتى يمكن أن تكون إحدى قيم العدد  $x$ ؟  
 (أ) -4 (ب) 5 (ج) 6 (د) 7
- 5 مجموعة حل المتباينة:  $x + 4 \leq 1$  في  $N$  هي .....  
 (أ)  $\{-3\}$  (ب)  $\{0\}$  (ج)  $\{-4\}$  (د)  $\emptyset$

## 2 أكمل ما يأتى:

- 1 المتباينة التي تعبر عن: «يجب ألا تزيد كتلة حقيبة السفر عن 7 كجم لتستطيع حملها داخل كابينة الطائرة» هي .....
- 2 المتباينة التي تعبر عن عدد ما إذا طرح من أربعة أمثاله 7 كان الناتج أقل من 5 هي ...
- 3 المتباينة التي تعبر عن أن عددًا ما إذا أضيف إلى ضعفه 5 كان الناتج أكبر من أو يساوى 11 هي ...
- 4 مجموعة حل المتباينة:  $7 \leq 2x - 1$  في  $N$  هي .....
- 5 مجموعة حل المتباينة:  $1 < x + 5$  في  $Z$  هي .....

## 3 أجب عما يأتى:

- 1 أوجد في  $N$  مجموعة حل المتباينة:  $5x + 7 \leq 2$
- 2 أوجد في  $Z$  مجموعة حل المتباينة:  $1 \leq x + 3$
- 3 أوجد في  $Q$  مجموعة حل المتباينة:  $5 - 4x > 13$
- 4 اكتشف الحل الخطأ عند حل المتباينة:  $15 < -3x$  في  $Z$

الحل 1	الحل 2
$-3x < 15$	$-3x < 15$
بقسمة طرفي المتباينة على -3	بقسمة طرفي المتباينة على -3
$x > \frac{15}{-3}$	$x < \frac{15}{-3}$
$x > -5$	$x < -5$
مجموعة الحل = $\{-4, -3, -2, \dots\}$	مجموعة الحل = $\{-6, -7, -8, \dots\}$



## ضرب حد جبرى فى حد جبرى أو مقدار جبرى (Multiplying Algebraic Term by Algebraic Term or Algebraic Expression)

$$\begin{array}{c}
 a \begin{array}{|c|c|} \hline b & c \\ \hline \end{array} = a \begin{array}{|c|} \hline b \\ \hline \end{array} + a \begin{array}{|c|} \hline c \\ \hline \end{array} \\
 b + c \qquad b \qquad c \\
 a(b+c) = ab + ac
 \end{array}$$

### توابع التحاليم

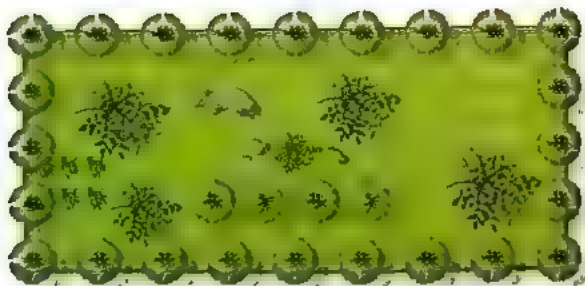
- يضرب الطالب حدًا جبريًا في حد جبرى آخر.
- يضرب الطالب حدًا جبريًا في مقدار جبرى مكون من حدين أو أكثر.

- مقدار جبرى (Algebraic Expression)  
- حاصل ضرب (Product)

- حد جبرى (Algebraic Term)  
- ضرب (Multiplying)

### مفردات أساسية

### فكر وناقش



• إذا كان لدينا حديقة مستطيلة الشكل طولها ضعف عرضها مضافاً إليه متران، فإذا كان عرض الحديقة ( $x$ ) متر، فكيف يمكن حساب مساحة هذه الحديقة؟

∴ عرض الحديقة هو  $x$  متر  
∴ طول الحديقة هو  $(2x + 2)$  متر  
نعلم أن: مساحة المستطيل تساوى الطول  $\times$  العرض  
فيكون: مساحة الحديقة  $= x(2x + 2)$  متر مربع

• والآن كيف يمكن التعبير عن مساحة هذه الحديقة في أبسط صورة؟

للإجابة عن هذا السؤال وغيره من مثل هذه المسائل سوف نتعلم كيفية ضرب الحدود الجبرية، وضرب حد في مقدار جبرى.

## تعلم 1 ضرب حد جبرى فى حد جبرى اخر:

عند ضرب حد جبرى فى حد جبرى آخر نتبع الآتى:

1 نضرب المعاملات مع تطبيق قاعدة الإشارات.

2 نضرب الرموز الجبرية (المتغيرات) مع مراعاة جمع أسس المتغيرات التى لها نفس الأساس.

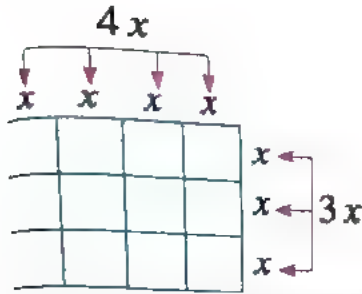
قاعدة ضرب الإشارات

$$+ \times + = +$$

$$- \times - = +$$

$$- \times + = -$$

$$+ \times - = -$$



$$a x^m \times b x^n = a \times b x^{m+n}$$

وبالتالى:

فمثلاً: لإيجاد مساحة المستطيل المين فى الرسم المقابل:

$$4x \times 3x = (4 \times 3) x^{1+1} = 12x^2$$

## مثال 1 أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

$$\left(\frac{1}{5} \ell^3\right) (-25 \ell^2) \quad 2$$

$$(3x^2) (9x) \quad 1$$

$$\left(\frac{21}{2} x^3 y z^2\right) \left(\frac{-4}{7} y x\right) \quad 4$$

$$(-2a^2 b^2) (-5b^2 a) \quad 3$$

الحل

$$\rightarrow (3x^2) \times (9x) = (3 \times 9) x^{2+1} = 27x^3$$

1

$$\rightarrow \left(\frac{1}{5} \ell^3\right) \times (-25 \ell^2) = \left(\frac{1}{5} \times (-25)\right) \ell^{3+2} = -5 \ell^5$$

2

$$\rightarrow (-2a^2 b^2) \times (-5b^2 a) = (-2 \times (-5)) a^{2+1} b^{2+2} = 10 a^3 b^4$$

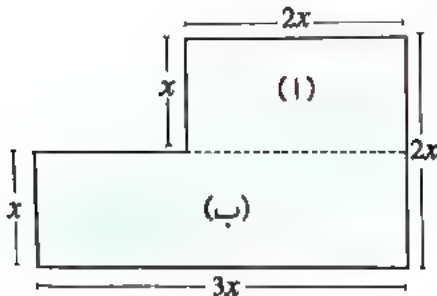
3

$$\rightarrow \left(\frac{21}{2} x^3 y z^2\right) \times \left(\frac{-4}{7} y x\right) = \left(\frac{21}{2} \times \left(\frac{-4}{7}\right)\right) x^{3+1} y^{1+1} z^2 = -6 x^4 y^2 z^2$$

4

## مثال 2 أوجد فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن المساحة الكلية للجزء المظلل فى الشكلين الآتيين:

اعلماً بأن الوحدات المستخدمة فى القياس هى وحدات طول.



1

الحل

2 مساحة الجزء المظلل =

مساحة المستطيل (1) + مساحة المستطيل (ب)

$$2x \times x + 3x \times x = 2x^2 + 3x^2 = 5x^2 \text{ (وحدة مساحة)}$$

1 مساحة (المستطيل) الجزء المظلل = الطول  $\times$  العرض

$$\rightarrow 2ab \times 3ab = (2 \times 3) a^{1+1} b^{1+1}$$

$$= 6 a^2 b^2 \text{ (وحدة مساحة)}$$

## سؤال 1

أوجد ناتج كل مما يأتى فى أبسط صورة:

$$(5r^3 s^2 t) (-rt^4) \quad 3$$

$$\left(\frac{-3}{4} \ell^2 m\right) \left(\frac{-4}{3} \ell m^2\right) \quad 2$$

$$(3a^2) (8b) \quad 1$$

## تعلم 2 ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى ذى حدين أو أكثر:



عند ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى نضرب هذا الحد فى جميع حدود المقدار الجبرى باستخدام خاصية التوزيع كالآتى:

$$a(b \pm c) = ab \pm ac$$

فمثلاً: لإيجاد حاصل ضرب  $(4l)$  فى  $(m + 2)$  نتبع إحدى الطرق الآتية:

أولاً: الطريقة الأفقية	ثانياً: الطريقة الرأسية	ثالثاً: طريقة نموذج المستطيل
$4l(m + 2) = 4lm + 8l$	$\begin{array}{r} m+2 \\ \times 4l \\ \hline 4lm+8l \end{array}$	$4l(m + 2) = 4lm + 8l$

## مثال 3 أوجد ناتج كل مما يأتى:

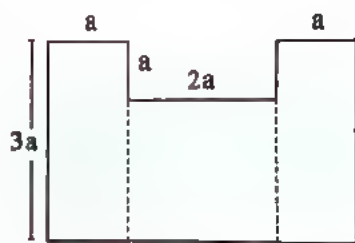
$$-2ab(a^2 - 3b^2 + ab^2) \quad 3 \quad (x^2 - 4x) 3x \quad 2 \quad x(2x + 1) \quad 1$$

الحل

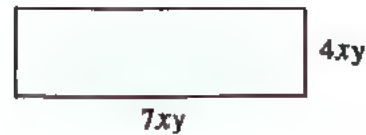
$$\begin{array}{l} \rightarrow -2ab(a^2 - 3b^2 + ab^2) \\ = (-2ab)(a^2) - (-2ab)(3b^2) + (-2ab)(ab^2) \\ = -2a^3b + 6ab^3 - 2a^2b^3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow x^2 - 4x \\ \times 3x \\ \hline 3x^3 - 12x^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \rightarrow x(2x + 1) \\ = x(2x) + x(1) \\ = 2x^2 + x \end{array}$$

## سؤال 2

1 أوجد فى أبسط صورة المقدار الجبرى الذى يعبر عن مساحة الجزء المظلل فى كل شكل مما يلى:  
«علماً بأن الوحدات المستخدمة فى القياس هى وحدات طول».



(ب)



(ج)

2 أوجد ناتج كل مما يأتى:

(ب)  $-2mn(m^2n + 5n)$

(د)  $-x^2(y^2 - 3x + 3xy)$

(أ)  $2(l^2 + 2l)$

(ج)  $(2a - 5b - 4) 7ab$



#### مثال 4 اختصر لأبسط صورة:

$$2a(a+4)+5(a-2) \quad 2$$

$$4(3x^2+5x)-x(x^2-7x+8) \quad 4$$

$$x(2y-x)+3x^2 \quad 1$$

$$3mn-3(m-n+mn) \quad 3$$

#### الحل

- 1 (خاصية التوزيع)  
(ضرب الحدود)  
(تجميع الحدود المتشابهة)  

$$\begin{aligned} x(2y-x)+3x^2 &= (x)(2y)-(x)(x)+3x^2 \\ &= 2xy-\underline{x^2}+\underline{3x^2} \\ &= 2xy+2x^2 \end{aligned}$$
- 2 (خاصية التوزيع)  
(ضرب الحدود)  
(تجميع الحدود المتشابهة)  

$$\begin{aligned} 2a(a+4)+5(a-2) &= (2a)(a)+(2a)(4)+(5)(a)+(5)(-2) \\ &= 2a^2+\underline{8a}+\underline{5a}-10 \\ &= 2a^2+13a-10 \end{aligned}$$
- 3 (خاصية التوزيع)  
(ضرب الحدود)  
(تجميع الحدود المتشابهة)  

$$\begin{aligned} 3mn-3(m-n+mn) &= 3mn+(-3)(m)-(-3)(n)+(-3)(mn) \\ &= \underline{3mn}-3m+3n-\underline{3mn} \\ &= -3m+3n \end{aligned}$$
- 4 (خاصية التوزيع)  
(ضرب الحدود)  
(تجميع الحدود المتشابهة)  

$$\begin{aligned} 4(3x^2+5x)-x(x^2-7x+8) &= (4)(3x^2)+(4)(5x)+(-x)(x^2)-(-x)(7x)+(-x)(8) \\ &= \underline{12x^2}+\underline{20x}-\underline{x^3}+\underline{7x^2}-\underline{8x} \\ &= -x^3+19x^2+12x \end{aligned}$$

#### مثال 5 اختصر لأبسط صورة:

$$x = 1 \text{ ، ثم أوجد القيمة العددية للنتائج عندما } 5(2x-1)-3(x^2-1)+x(5x-1)$$

#### الحل

$$\begin{aligned} 5(2x-1)-3(x^2-1)+x(5x-1) &= 10x-5-3x^2+3+5x^2-x \\ &= (-3x^2+5x^2)+(10x-x)+(-5+3) \\ &= 2x^2+9x-2 \end{aligned}$$

$$2(1)^2+9(1)-2=2+9-2=9 \quad \text{القيمة العددية للنتائج عندما } x=1 \text{ هي:}$$

#### سؤال 3

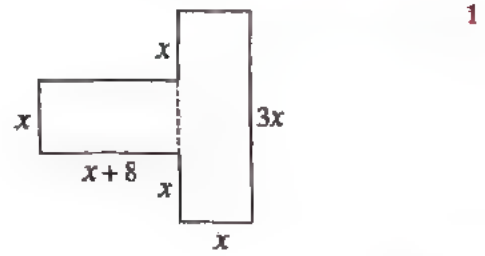
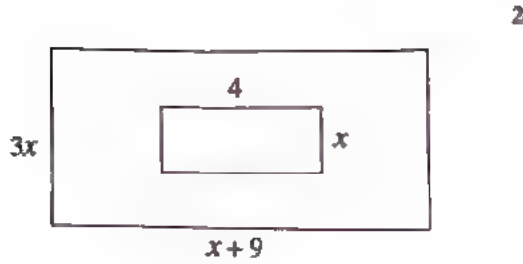
##### 1 اختصر لأبسط صورة:

$$\begin{aligned} 5(a+3b)-(2a+b) \quad (ب) \quad 3(x+2y)+4x \quad (أ) \\ -3m(m^2-n-1)+4(m^3-mn-m) \quad (د) \quad 8l-4(z+2l-1) \quad (ج) \end{aligned}$$

##### 2 اختصر لأبسط صورة المقدار: $3(1-2a)-(a^2-5a+3)+2a(a+3)$

ثم أوجد القيمة العددية للنتائج عندما:  $a = -2$

**مثال 6** أوجد مساحة الجزء المظلل في كل من الشكلين الآتيين:  
«علمًا بأن الوحدات المستخدمة في القياس هي وحدات طول».



**الحل**

1 مساحة المنطقة المظلمة تساوي:

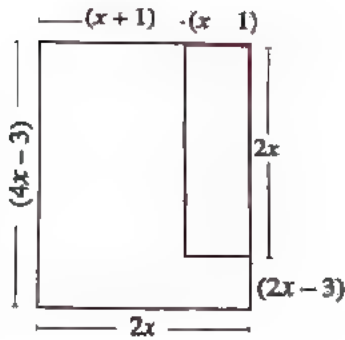
$$\begin{aligned} x(x+8) + x(3x) &= x^2 + 8x + 3x^2 \\ &= 4x^2 + 8x \text{ (وحدة مساحة)} \end{aligned}$$

2 مساحة المنطقة المظلمة تساوي:

$$\begin{aligned} 3x(x+9) - 4(x) &= 3x^2 + 27x - 4x \\ &= 3x^2 + 23x \text{ (وحدة مساحة)} \end{aligned}$$

**مثال 7** في الشكل المقابل:

حائط مستطيل الشكل، تم طلاء جزء منه على شكل مستطيل أيضًا طوله  $(2x)$  متر وعرضه  $(x-1)$  متر.  
فما مساحة الجزء غير المظلي من الحائط (حيث  $x > \frac{3}{2}$ )  
ثم احسب القيمة العددية لهذه المساحة عندما  $x = 4$



**الحل**

مساحة الجزء غير المظلي = مساحة الحائط - مساحة الجزء المظلي

$$\begin{aligned} 2x(4x-3) - 2x(x-1) &= 8x^2 - 6x - 2x^2 + 2x \\ &= (6x^2 - 4x) \text{ (متر مربع)} \end{aligned}$$

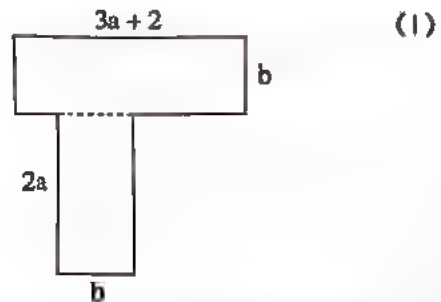
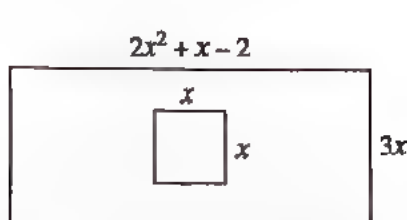
$$6(4)^2 - 4(4) = 96 - 16 = 80 \text{ (متر مربع)}$$

القيمة العددية للمساحة عندما  $x = 4$  هي:

**سؤال 4**

1 أوجد مساحة المنطقة المظلمة في كل من الشكلين الآتيين:

«علمًا بأن الوحدات المستخدمة في القياس هي وحدات طول».



2 ملعب كرة قدم مستطيل الشكل طوله  $(2x^2 + x - 1)$  متر، وعرضه  $(3x)$  متر.

إذا تم زيادة عرض الملعب بمقدار  $(x)$  متر، فما مقدار الزيادة في مساحة الملعب؟

## مثال 8 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في Z :

$$3x(x+2) + 6(-2-x) = 0 \quad 2$$

$$x(x-3) + 3(x-3) = 0 \quad 1$$

الحل

$$\therefore \overbrace{x(x-3)} + \overbrace{3(x-3)} = 0$$

(خاصية التوزيع)

1

$$\therefore x^2 - 3x + 3x - 9 = 0$$

(تجميع الحدود المتشابهة)

$$\therefore x^2 - 9 = 0$$

$$\therefore x^2 = 9$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

$\therefore$  مجموعة حل المعادلة =  $\{-3, 3\}$

$$\therefore \overbrace{3x(x+2)} + \overbrace{6(-2-x)} = 0$$

(خاصية التوزيع)

2

$$\therefore 3x^2 + 6x - 12 - 6x = 0$$

(ضرب الحدود وتجميع الحدود المتشابهة)

$$\therefore 3x^2 - 12 = 0$$

$$\therefore 3x^2 = 12$$

$$\therefore x^2 = \frac{12}{3} = 4$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$\therefore$  مجموعة حل المعادلة =  $\{-2, 2\}$

## مثال 9 عدنان موجبان a ، b إذا زاد a بمقدار b يزيد حاصل ضربها بمقدار 9 . أوجد العدد b

الحل

$$\therefore b(a+b) - ab = 9$$

$$ab + b^2 - ab = 9$$

$$b^2 = 9$$

$$b = 3 \text{ (أ) } b = -3 \text{ (مرفوض)}$$

$\therefore$  العدد b يساوي 3

## سؤال 5

1 أوجد مجموعة حل كل من المعادلات الآتية في Z :

$$2x(x+3) - 6(x+3) = 0 \text{ (ب)}$$

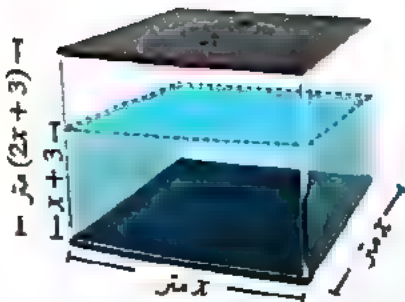
$$2x(x+1) - 2(x+1) = 0 \text{ (أ)}$$

2 خزان مياه على شكل متوازي مستطيلات ،





أبعاده كما بالشكل مملوء بالمياه ، فإذا تسرب الماء منه

حتى أصبح ارتفاع الماء فيه  $(x+3)$  متر .

فما قيمة x إذا كان حجم الماء المتسرب من الخزان 27 مترًا مكعبًا؟



1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1  $(2x)(3x) = \dots\dots\dots$  
  - (أ)  $5x$
  - (ب)  $6x$
  - (ج)  $5x^2$
  - (د)  $6x^2$
- 2  $(2t)(4t^2) = \dots\dots\dots$ 
  - (أ)  $8t^3$
  - (ب)  $8t^2$
  - (ج)  $6t$
  - (د)  $6t^2$
- 3  $(3x)(-7x) = \dots\dots\dots$ 
  - (أ)  $-10x$
  - (ب)  $-10x^2$
  - (ج)  $-21x^2$
  - (د)  $-21x$
- 4  $(4x^2)(5x^3) = \dots\dots\dots$ 
  - (أ)  $20x^6$
  - (ب)  $9x^6$
  - (ج)  $20x^3$
  - (د)  $20x^5$
- 5  $(-2x^3)(3x) = \dots\dots\dots$ 
  - (أ)  $x^4$
  - (ب)  $-6x^4$
  - (ج)  $6x^4$
  - (د)  $-6x^3$
- 6  $(-3x^4)(-5x^2) = \dots\dots\dots$ 
  - (أ)  $15x^6$
  - (ب)  $-15x^6$
  - (ج)  $15x^8$
  - (د)  $8x^6$
- 7  $(4x^5) \times (2x^5) = \dots\dots\dots$  (حيث  $x \neq 0$ )
  - (أ)  $8$
  - (ب)  $6$
  - (ج)  $8x^{10}$
  - (د)  $8x^{-25}$
- 8  $(-3x^2)(4x^3) = \dots\dots\dots$  
  - (أ)  $-12x^3$
  - (ب)  $12x$
  - (ج)  $-12x^4$
  - (د)  $12x^2$
- 9  $(2a^3b^4)(5a^4b^3) = \dots\dots\dots$ 
  - (أ)  $10a^{12}b^{12}$
  - (ب)  $7a^{12}b^{12}$
  - (ج)  $10a^7b^7$
  - (د)  $10a^4b^4$
- 10  $2(x+3) = \dots\dots\dots$  
  - (أ)  $2x^2 + 6x$
  - (ب)  $2x + 3$
  - (ج)  $2x + 6$
  - (د)  $x + 6$
- 11  $x(x-1) + x = \dots\dots\dots$  
  - (أ)  $x(2x-1)$
  - (ب)  $2x^2$
  - (ج)  $x^2$
  - (د)  $x^2 - x$

2 أكمل ما يأتي:

- 1  $(2x^4)(9x^3) = \dots\dots\dots$
- 2  $(-3x^2)(8x^2) = \dots\dots\dots$
- 3  $(t)(-3t) = \dots\dots\dots$
- 4  $(-6x^4)(-4x^5) = \dots\dots\dots$
- 5  $(3x^2)(7x^{-2}) = \dots\dots\dots$  (حيث  $x \neq 0$ )
- 6  $(2ab)(5ab) = \dots\dots\dots$



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

$$(5x)(x) = \dots\dots\dots 1$$

$$6x^2 \text{ (د)}$$

$$5x^2 \text{ (ج)}$$

$$6x \text{ (ب)}$$

$$5x \text{ (أ)}$$

$$(2xy)(7x^2y) = \dots\dots\dots 2$$

$$14x^3y \text{ (د)}$$

$$14x^3y^2 \text{ (ج)}$$

$$14x^2y \text{ (ب)}$$

$$14x^3y^3 \text{ (أ)}$$

$$(-4abc)(6ac) = \dots\dots\dots 3$$

$$2a^2bc^2 \text{ (د)}$$

$$-24a^2bc^2 \text{ (ج)}$$

$$-24a^2bc \text{ (ب)}$$

$$-24abc \text{ (أ)}$$

$$(-3ab)(-5ab) = \dots\dots\dots 4$$

$$-15a^2b^2 \text{ (د)}$$

$$-8ab \text{ (ج)}$$

$$15a^2b^2 \text{ (ب)}$$

$$15ab \text{ (أ)}$$

$$5(x+2) = \dots\dots\dots 5$$

$$x+10 \text{ (د)}$$

$$5x+10 \text{ (ج)}$$

$$5x^2+2x \text{ (ب)}$$

$$5x+2 \text{ (أ)}$$

## 2 أكمل ما يأتي:

$$x(x-4) = \dots\dots\dots 2$$

$$(2n)(3n)(5n) = \dots\dots\dots 1$$

$$2x(3x+4y+7) = \dots\dots\dots 4$$

$$(-3a)(4ab) - 5b = \dots\dots\dots 3$$

$$-3ab(5a+4y+2) = \dots\dots\dots 5$$

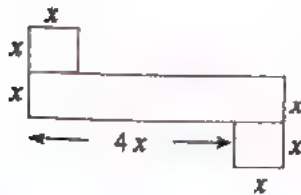
## 3 اختصر لأبسط صورة:

$$2x(3x+y) + y(-2x+1) \quad 1$$

$$-hg(3h^2g - 4hg^2 + 2hg) \quad 2$$

4 اختصر لأبسط صورة:  $3xy[5x^3 + 2xy^3 - 4y]$ 

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما:  $x=1$  ،  $y=2$

5 مستطيل طوله  $(x^2 + 3x + 4)$  وحدة طول، عرضه  $5x$  وحدة طول، اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة المستطيل، ثم احسب مساحة المستطيل عند:  $x=2$ 

## 6 اكتب المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة الشكل المقابل.

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مستواك

★★★★★



## ضرب المقادير الجبرية (Multiplying Algebraic Expressions)

الحرس  
ذاكر



### نواتج التعلم

- أن يضرب الطالب مقداراً جبرياً ذا حدين في مقدار جبري آخر ذي حدين.
- أن يعرف الطالب الحالات الخاصة لضرب المقادير ثنائية الحد.
- أن يضرب الطالب مقداراً جبرياً ذا حدين في مقدار جبري يتكون من أكثر من حدين.

مقدار جبري (Algebraic Expression) - ضرب (Multiplying)  
حاصل الضرب (Product) - خاصية التوزيع (Distributive Property)

### مفردات أساسية

### فكر وناقش:

1 مربع طول ضلعه  $(x)$  سم، إذا زاد طول ضلعه بمقدار 2 سم، ونقص طول الضلع المجاور له بمقدار 2 سم، فإن هذا المربع يتحول إلى مستطيل، يقول أحمد إن مساحة المستطيل ستزيد عن مساحة المربع، هل توافقه؟



2 لدى خالد قطعة أرض مستطيلة الشكل طولها  $(4x)$  متر، وعرضها  $(2x)$  متراً وقرر خالد شراء قطعة أرض حولها لجعل طولها يزيد بمقدار 7 أمتار وعرضها يزيد بمقدار 5 أمتار، وذلك لبناء منزل له ولأسرته، ما المقدار الجبري الذي يعبر عن الزيادة في مساحة قطعة الأرض؟

في هذا الدرس، سوف نتعلم كيفية ضرب المقادير الجبرية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

## تعلم 1 ضرب مقدار جبري ذي حدين في آخر ذي حدين

- عند ضرب مقدار جبري ذي حدين في مقدار جبري آخر ذي حدين، اضرب كل حد من حدى المقدار الأول في حدى المقدار الثانى باستخدام خاصية التوزيع.

الطرفان

الحد الأول    الحد الأخير    الحد الأول    الحد الأخير

$$(x + a)(y + b) = x(y + b) + a(y + b)$$

الوسطان

$$= xy + xb + ay + ab$$

حاصل ضرب الحدين الأولين    حاصل ضرب الطرفين    حاصل ضرب الوسطين    حاصل ضرب الحدين الآخرين

مثال 1 أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى:

2  $(l + 3)(2l + 4)$

1  $(2x + 3a)(y + 2a)$

الحل

2

$$\begin{aligned} (l + 3)(2l + 4) \\ = l(2l + 4) + 3(2l + 4) \\ = 2l^2 + 4l + 6l + 12 \\ = 2l^2 + 10l + 12 \end{aligned}$$

1

$$\begin{aligned} (2x + 3a)(y + 2a) \\ = 2x(y + 2a) + 3a(y + 2a) \\ = 2xy + 4ax + 3ay + 6a^2 \end{aligned}$$

لاحظ أن

- عند ضرب مقدار جبري ذي حدين في مقدار جبري آخر ذي حدين ينتج مقدار جبري مكون من 4 حدود قد يكون بينها حدود متشابهة يتم جمعها حتى يكون الناتج فى أبسط صورة.

حدود جبرية متشابهة

$$\begin{aligned} (x + a)(x + b) &= x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + (b + a)x + ab \end{aligned}$$

حاصل ضرب الحدين الأولين    مجموع حاصل ضرب الطرفين والوسطين    حاصل ضرب الحدين الآخرين

سؤال 1

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى:

1  $(2x - 1)(3x + 4)$

2  $(x + 1)(x + 4)$

1  $(a + 5)(b + 2)$

## تعلم 2 طرق ضرب مقدار جبرى ذى حدين فى آخر ذى حدين

• يمكننا إيجاد ناتج ضرب  $(x + 4)(x + 3)$  بإحدى الطرق التالية:

### 1 الطريقة الأفقية:

$$\begin{aligned}(x + 4)(x + 3) &= x(\hat{x} + \hat{3}) + 4(\hat{x} + \hat{3}) \\ &= x^2 + 3x + 4x + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12\end{aligned}$$

◀ نضرب كل حد من حدى المقدار الأول

فى حدى المقدار الثانى باستخدام خاصية التوزيع.

◀ نجمع الحدود الجبرية المتشابهة.

### 2 الطريقة الرأسية:

$$\begin{array}{r}x + 4 \\ \times x + 3 \\ \hline x^2 + 4x \\ + \phantom{x^2} + 3x + 12 \\ \hline x^2 + 7x + 12\end{array}$$

◀ ضع المقدارين أحدهما أسفل الآخر مع ترتيبهما كما هو موضح.

◀ اضرب الحد الجبرى  $x$  فى المقدار الجبرى  $(x + 4)$  فنتج:

◀ اضرب الحد الثابت 3 فى المقدار الجبرى  $(x + 4)$  فنتج:

مع مراعاة وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها.

◀ اجمع فنتج حاصل الضرب:

### 3 الضرب بمجرد النظر:

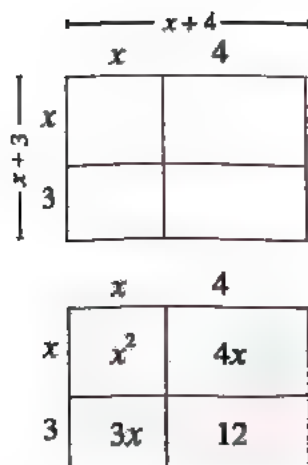
$$\begin{array}{c} \text{الأولان} \quad \text{الأخيران} \\ \begin{array}{c} \downarrow \quad \downarrow \\ (x + 4) \quad (x + 3) \\ \uparrow \quad \uparrow \\ 4x \quad 3x \\ \text{الوسطان} \\ \text{الطرفان} \end{array} \end{array} = \begin{array}{c} \text{الأول} \\ \times \\ \text{الأول} \\ \downarrow \\ x^2 \end{array} + \begin{array}{c} \text{حاصل ضرب الطرفين} \\ + \\ \text{حاصل ضرب الوسطين} \\ (3x + 4x) \end{array} + \begin{array}{c} \text{الأخير} \\ \times \\ \text{الأخير} \\ \downarrow \\ 12 \end{array}$$

$$\therefore (x + 4)(x + 3) = x^2 + 7x + 12$$

### 4 باستخدام نموذج مساحة المستطيل:

◀ نرسم مستطيلاً بحيث يمثل الطول  $(x + 4)$ .

ويعمل العرض  $(x + 3)$  مع تقسيم المستطيل كما بالشكل المقابل.



◀ نوجد مساحة كل مستطيل على حدة، ثم نجمع المساحات

لينتج حاصل الضرب كما بالشكل المقابل

$$\triangleright (x + 4)(x + 3) = x^2 + 3x + 4x + 12$$

$$\therefore (x + 4)(x + 3) = x^2 + 7x + 12$$



**مثال 2** أوجد حاصل ضرب كل مما يأتي بالطريقة الأفقية والطريقة الرأسية:

(2a - b) (a - 4b) 2

(x - 3) (x + 7) 1

**الحل**

2 الطريقة الأفقية:

(2a - b) (a - 4b) = 2a^2 - 8ab - ab + 4b^2

= 2a^2 - 9ab + 4b^2

الطريقة الرأسية:

$$\begin{array}{r} 2a - b \\ \times a - 4b \\ \hline 2a^2 - ab \\ - 8ab + 4b^2 \\ \hline 2a^2 - 9ab + 4b^2 \end{array}$$

1 الطريقة الأفقية:

(x - 3) (x + 7) = x^2 + 7x - 3x - 21

= x^2 + 4x - 21

الطريقة الرأسية:

$$\begin{array}{r} x - 3 \\ \times x + 7 \\ \hline x^2 - 3x \\ + 7x - 21 \\ \hline x^2 + 4x - 21 \end{array}$$

**مثال 3** أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يأتي:

(2a - 3b) (b + 3a) 2

(2x + 3) (5x + 1) 1

**الحل**

2  $\triangleright (2a - 3b) (3a + b) = 6a^2 - 7ab - 3b^2$

$\begin{array}{l} \nearrow -9ab \\ \nwarrow +2ab \end{array}$

لاحظ إعادة ترتيب الحدود

1  $\triangleright (2x + 3) (5x + 1) = 10x^2 + 17x + 3$

$\begin{array}{l} \nearrow 15x \\ \nwarrow +2x \end{array}$

**مثال 4**

الشكل المقابل يوضح حوضاً للزهور مستطيل الشكل طوله 6 أمتار، وعرضه 5 أمتار يحيط به ممشى عرضه x متر من جميع الجهات. اكتب مقداراً جبرياً يعبر عن مساحة الممشى بدلالة x.

**الحل**

بعد زيادة x من جميع الجهات يصبح:

« عرض المستطيل = (2x + 5) متر

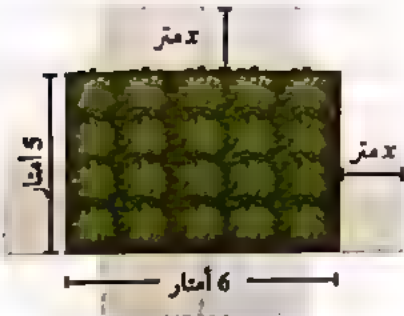
« طول المستطيل = (2x + 6) متر

« مساحة الممشى = مساحة المستطيل - مساحة حوض الزهور.

$\triangleright (2x + 6) (2x + 5) - (6 \times 5) = 4x^2 + 22x + 30 - 30$   
 $= 4x^2 + 22x$

$\begin{array}{l} \nearrow 12x \\ \nwarrow +10x \end{array}$

وبالتالي فإن : مساحة الممشى = (4x^2 + 22x) متراً مربعاً



**سؤال 2**

أوجد بمجرد النظر حاصل ضرب كل مما يأتي:

(3a - 7) (2a - 6) 2

(4x + 5) (2x - 7) 1

### تعلم 3 حالات خاصة من ضرب مقدار ذي حدين في مقدار آخر ذي حدين

الحالة الأولى: مفكوك مربع مقدار جبري ذي حدين

$$(a - b)^2$$

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a - b)(a - b) \\ &= a(a - b) - b(a - b) \\ &= a^2 - ab - ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

فمثلاً:

$$\begin{aligned}(x - 2)^2 &= x^2 + [2 \times x \times (-2)] + (-2)^2 \\ &= x^2 - 4x + 4\end{aligned}$$

لاحظ أن

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2\end{aligned}$$

$$(a + b)^2$$

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= (a + b)(a + b) \\ &= a(a + b) + b(a + b)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{الحـد الأول} \quad \text{الحـد الثاني} &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= a^2 + 2ab + b^2 \\ &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &\text{مربع} \quad \text{ضعف حاصل} \quad \text{مربع} \\ &\text{الحـد} \quad \text{ضرب الحدين} \quad \text{الحـد} \\ &\text{الأول} \quad \text{الأول والثاني} \quad \text{الثاني}\end{aligned}$$

فمثلاً:

$$\begin{aligned}(x + 4)^2 &= x^2 + (2 \times x \times 4) + 4^2 \\ &= x^2 + 8x + 16\end{aligned}$$

مثال 5 أوجد مفكوك كل مما يأتي:

$$(4 - 3a)^2$$

$$(x + 5)^2$$

الحل

$$\begin{aligned}(4 - 3a)^2 &= 4^2 + [2 \times 4 \times (-3a)] + (-3a)^2 \\ &= 16 - 24a + 9a^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x + 5)^2 &= x^2 + (2 \times x \times 5) + 5^2 \\ &= x^2 + 10x + 25\end{aligned}$$

لاحظ أن

		$x + 5$
	$x$	$5$
$x$	$x^2$	$5x$
$5$	$5x$	$25$

$(x + 5)^2$  تعبر عن مساحة مربع طول ضلعه  $(x + 5)$ .

$$(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

سؤال 3

أوجد مفكوك كل مما يأتي:

$$(4a + 5)^2$$

$$(2x - 3)^2$$

الحالة الثانية:  $(a + b)(a - b)$

$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) &= a(a - b) + b(a - b) \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 \\ &= a^2 - b^2\end{aligned}$$



$$(x + 7)(x - 7) = x^2 - 7^2 = x^2 - 49$$

فمثلاً:

**مثال 6** أوجد في أبسط صورة كل مما يأتي:

$$(6 - 2x)(6 + 2x) \quad 2$$

$$(4x - 5)(4x + 5) \quad 1$$

الحل

$$\begin{aligned}(6 - 2x)(6 + 2x) &= 6^2 - (2x)^2 \\ &= 36 - 4x^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4x - 5)(4x + 5) &= (4x)^2 - 5^2 \\ &= 16x^2 - 25\end{aligned}$$

**مثال 7** أوجد في أبسط صورة كل مما يأتي ثم أوجد القيمة العددية للنتائج عندما  $a = 2$

$$(a + 4)^2 - (2a - 5)(3a + 4) \quad 2$$

$$(a - 3)^2 + (a + 4)(a - 4) \quad 1$$

الحل

$$\begin{aligned}&\triangleright (a + 4)^2 - (2a - 5)(3a + 4) \\ &= a^2 + (2 \times a \times 4) + 4^2 - [6a^2 - 7a - 20] \\ &= a^2 + 8a + 16 - 6a^2 + 7a + 20 \\ &= -5a^2 + 15a + 36\end{aligned}$$

عندما  $a = 2$

$$\begin{aligned}&\triangleright -5 \times 2^2 + 15 \times 2 + 36 \quad \text{فإن القيمة العددية:} \\ &= -20 + 30 + 36 = 46\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\triangleright (a - 3)^2 + (a + 4)(a - 4) \\ &= a^2 + [(2 \times a \times (-3)) + (-3)^2 + a^2 - 4^2] \\ &= a^2 - 6a + 9 + a^2 - 16 \\ &= 2a^2 - 6a - 7\end{aligned}$$

عندما  $a = 2$

$$\begin{aligned}&\triangleright 2 \times 2^2 - 6 \times 2 - 7 \quad \text{فإن القيمة العددية:} \\ &= 8 - 12 - 7 = -11\end{aligned}$$



**سؤال 4**

أوجد في أبسط صورة كل مما يأتي:

$$(a + 4)^2 - a^2 \quad 2$$

$$(x + 7)^2 - (x - 7)(x + 7) \quad 1$$

$$(2x + 1)^2 + (1 + 2x)(1 - 2x) \quad 3$$

$$(x + y)^2 - (x + y)(x - y) \quad 3$$

#### تعلم 4 ضرب مقدار جبرى ذو حدين فى مقدار جبرى يحتوى على أكثر من حدين

- نجرى عملية الضرب كما أجرينا ضرب المقادير الجبرية المكونة من حدين بالطريقة الرأسية أو الأفقية، ويفضل قبل إجراء عملية الضرب ترتيب حدود المقدارين تصاعديًا أو تنازليًا حسب أسس أحد الرموز المعطاة.

#### مثال 8

أوجد فى أبسط صورة حاصل ضرب  $(x^2 - 4x + 6)(x - 3)$  بالطريقة الأفقية والطريقة الرأسية:

الحل

الطريقة الأفقية:

$$(x-3)(x^2-4x+6)$$

$$= x^3 - 4x^2 + 6x - 3x^2 + 12x - 18$$

$$= x^3 - 7x^2 + 18x - 18$$

الطريقة الرأسية:

$$\begin{array}{r} x^2 - 4x + 6 \\ \times \quad x - 3 \\ \hline x^3 - 4x^2 + 6x \\ + \quad -3x^2 + 12x - 18 \\ \hline x^3 - 7x^2 + 18x - 18 \end{array}$$

#### لاحظان

- فى حالة ضرب المقادير الجبرية المكونة من أكثر من حدين يفضل استخدام الطريقة الرأسية.
- عند استخدام الطريقة الرأسية فى الضرب يفضل وضع المقدار الذى يحتوى على عدد حدود جبرية أكثر أولًا.
- يجب وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها أثناء إجراء عملية الضرب باستخدام الطريقة الرأسية.

#### مثال 9

أوجد حاصل ضرب  $(4x + x^2 + 4)(3x + 1)$  ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما  $x = -1$ :

الحل

نرتب المقدار  $(4x + x^2 + 4)$  حسب أسس  $x$  التنازلية ليصبح  $(x^2 + 4x + 4)$

$$\therefore (3x + 1)(x^2 + 4x + 4) = 3x^3 + 12x^2 + 12x + x^2 + 4x + 4$$

$$= 3x^3 + 13x^2 + 16x + 4$$

عندما  $x = -1$

فإن

$$\therefore 3x^3 + 13x^2 + 16x + 4 = 3(-1)^3 + 13(-1)^2 + 16(-1) + 4$$

$$= -3 + 13 - 16 + 4 = -2$$

القيمة العددية للمقدار  $= -2$



#### سؤال 5

أوجد حاصل ضرب كل مما يأتى:

②  $(3m + 4)(m^2 + 6m - 12)$

①  $(2a - 1)(2a^2 - 3a + 7)$



**مثال 10** أوجد في  $Q$  مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

$$(x-2)(x^2+2x+4)=0 \quad 2$$

$$(x-2)(x+2)=5 \quad 1$$

**الحل**

$$(x-2)(x^2+2x+4)=0$$

2

$$x^3+2x^2+4x-2x^2-4x-8=0$$

$$x^3-8=0$$

$$x^3=8$$

$$x=\sqrt[3]{8}=2$$

∴ مجموعة الحل = {2}

$$(x-2)(x+2)=5$$

1

$$x^2-2^2=5$$

$$x^2-4=5$$

$$x^2=5+4$$

$$x^2=9$$

$$x=\pm\sqrt{9}=\pm 3$$

∴ مجموعة الحل = {-3, 3}

**مثال 11** مربع طول ضلعه  $(x+2)$  وحدة طول، أوجد مساحة سطحه بدلالة  $x$

ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما  $x=7$

**الحل**

$$A=L^2$$

$$A=(x+2)^2$$

$$A=x^2+(2 \times x \times 2)+2^2=x^2+4x+4$$

وبالتالي مساحة المربع بدلالة  $(x)$   $(x^2+4x+4)$  وحدة مربعة.

$$A=(7)^2+4 \times 7+4=49+28+4=81$$

عندما  $x=7$  فإن:

∴ القيمة العددية للمساحة عندما  $x=7$  هي 81 وحدة مربعة

**مثال 12** أوجد بدلالة  $x$  مساحة الجزء المظلل في الشكل المقابل

ثم أوجد القيمة العددية للنتائج عندما  $x=2$

**الحل**

الشكل الكلي عبارة عن مربع طول ضلعه  $(x+3)$  وحدة طول

∴ مساحة المربع تساوي

$$(x+3)^2=x^2+(2 \times x \times 3)+3^2=(x^2+6x+9)$$
 وحدة مربعة

الجزء غير المظلل عبارة عن مستطيل بُعْده  $(x+1)$ ، و  $(x-1)$  وحدة طول.

مساحة الجزء غير المظلل  $(x^2-1)=(x-1)(x+1)$  وحدة مربعة.

مساحة الجزء المظلل = مساحة الشكل الكلي - مساحة الجزء غير المظلل.

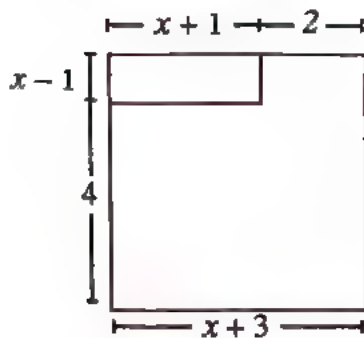
$$x^2+6x+9-(x^2-1)=x^2+6x+9-x^2+1=6x+10$$

وبالتالي فإن مساحة الجزء المظلل بدلالة  $(x)$  هي  $(6x+10)$  وحدة مربعة.

عندما  $x=2$

$$6x+10=6 \times 2+10=22$$

وبالتالي القيمة العددية للنتائج عندما  $x=2$  هي 22 وحدة مربعة.



### مثال 13 اختر الإجابة الصحيحة :

- 1 إذا كان:  $(2x - 4)^2 = 4x^2 + bx + 16$  ، فإن قيمة  $b$  تساوي  
 (أ) 16 (ب) -16 (ج) 8 (د) -8
- 2 إذا كان:  $(x - 6)(x + 3) = x^2 + bx + c$  ، فإن قيمة  $b + c$  تساوي  
 (أ) 3 (ب) 21 (ج) -21 (د) -3
- 3 إذا كان:  $(x - 6)(x + 6) = x^2 + bx - 36$  ، فإن قيمة  $b$  تساوي  
 (أ) -36 (ب) 36 (ج) 0 (د) -2
- 4 إذا كان:  $x + y = 8$  ،  $x - y = 4$  ، فإن قيمة  $(x^2 - y^2)$  تساوي  
 (أ) 14 (ب) 32 (ج) 48 (د) 86
- 5 إذا كان:  $(x + y)^2 = 16$  ،  $xy = 4$  ، فإن قيمة  $x^2 + y^2$  تساوي  
 (أ)  $\frac{1}{4}$  (ب) 4 (ج) -8 (د) 8
- 6 باقى طرح:  $(x + y)^2$  من  $(x - y)^2$  هو .....  
 (أ)  $4xy$  (ب)  $5xy$  (ج)  $-4xy$  (د)  $-5xy$
- 7 إذا كان:  $(x - 4)^2 = 0$  فإن  $x = \dots\dots\dots$   
 (أ) -2 (ب) 2 (ج) 4 (د) -4
- 8 إذا كان:  $(x - 3)(x + 3) - (x - 3)^2 = 0$  فإن  $x = \dots\dots\dots$   
 (أ) -3 (ب) 0 (ج) 3 (د) 6

### الحل

$(x - 6)(x + 3) = x^2 - 3x - 18$ $x^2 + bx + c = x^2 - 3x - 18$ بمقارنة معاملات $x$ والحدود الثابتة $b = -3$ $\therefore c = -18$ $b + c = -3 - 18 = -21$	2	$\therefore (2x - 4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$ $\therefore 4x^2 + bx + 16 = 4x^2 - 16x + 16$ بمقارنة معاملات $x$ $\therefore b = -16$	1
$(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$ $x^2 - y^2 = 4 \times 8 = 32$	4	$\therefore (x - 6)(x + 6) = x^2 - 36$ $\therefore x^2 + bx - 36 = x^2 - 36$ بمقارنة معاملات $x$ $\therefore b = 0$	3
$(x - y)^2$ من $(x + y)^2$ باقى طرح تعنى (المقدار الثانى) - (المقدار الأول) $x^2 - 2xy + y^2$ $x^2 + 2xy + y^2$ $\hline 0 - 4xy + 0 = -4xy$	6	$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ $16 = x^2 + y^2 + 2(4)$ $16 = x^2 + y^2 + 8$ $x^2 + y^2 = 16 - 8 = 8$	5
$6(x - 3) = 0$ ، $\therefore x - 3 = 0$ ، $\therefore x = 3$	8	$\therefore x - 4 = 0$ ، $\therefore x = 4$	7

### 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab +$  (أ)  $a^2$  (ب)  $-b^2$  (ج)  $b^2$  (د)  $-2ab$
- 2 إذا كان:  $a = 1$ ، فإن القيمة العددية  $(a - 1)^2$  هي (أ) 1 (ب) -1 (ج) 0 (د) 2
- 3 إذا كان:  $(2x + y)^2 = 4x^2 + kxy + y^2$ ، فإن:  $k =$  (أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 3
- 4 إذا كان:  $(x - 3)(x + 3) = x^2 + k$ ، فإن:  $k =$  (أ) 9 (ب) 6 (ج) -9 (د) -6
- 5 إذا كان:  $x + 2y = 5$ ،  $x - 2y = 4$ ، فإن:  $x^2 - 4y^2$  تساوي (أ) 20 (ب) 9 (ج) -20 (د) 9
- 6  $(x + y)^2 - (x - y)^2 = \dots \dots \dots$  (أ)  $4xy$  (ب)  $-4xy$  (ج)  $2y^2$  (د) 0
- 7 إذا كان:  $(x - y)(2x + y) = 2x^2 + kxy - y^2$ ، فإن:  $k = \dots \dots \dots$  (أ) -1 (ب) 1 (ج) 3 (د) -3
- 8  $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + \dots \dots \dots$  (أ)  $6x$  (ب) 3 (ج) 9 (د)  $9x^2$
- 9  $(y + 5)(y + 2) = y^2 + \dots \dots \dots + 10$  (أ) 7 (ب)  $3y$  (ج)  $7y$  (د)  $5y$
- 10 إذا كان:  $(x + 1)^2 = x^2 + kx + 1$ ، فإن:  $k = \dots \dots \dots$  (أ) 2 (ب) -2 (ج) 1 (د) 4
- 11 إذا كان:  $x + y = 6$ ، فإن القيمة العددية للمقدار:  $x^2 + 2xy + y^2$  تساوي (أ) 12 (ب) 14 (ج) 3 (د) 36
- 12 إذا كان:  $x^2 = 4$ ،  $y^2 = 9$ ،  $xy = 6$ ، فإن:  $(x - y)^2 =$  (أ) 1 (ب) -1 (ج) 9 (د) -9
- 13 عدد حدود المقدار الناتج من حاصل ضرب:  $(x - 3)(x + 4)$  في أبسط صورة هو (أ) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 3

## 1 احتر الإجابة الصحيحة.

- 1 ما عدد حدود المقدار الناتج من حاصل ضرب :  $(x+3)(x-3)$  في أبسط صورة؟  
 (أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4
- 2 إذا كان :  $ax^2 + bx + c = (2x+5)^2$  ، فإن قيمة  $b$  تساوي .  
 (أ) 10 (ب) 20 (ج) 30 (د) 5
- 3 إذا كان :  $(x+4)(x-4) - 9 = 0$  ، حيث  $x < 0$  ، فما قيمة  $x$ ؟  
 (أ) -2 (ب) -3 (ج) -4 (د) -5
- 4 إذا كان :  $x \in \mathbb{Z}$  ، فأى مما يأتي يعتبر أحد حلول المتباينة  $5 < 1 - 5x$ ؟  
 (أ) 0 (ب) -1 (ج) -2 (د) -3
- 5 أى مما يأتي يساوى  $\sqrt[3]{(-8)^2}$ ؟  
 (أ) -4 (ب) -2 (ج) 2 (د) 4

## 2 أكمل كلاً مما يأتي:

- 1 معامل  $ab$  في حاصل ضرب  $(3a-2b)(a-b)$  يساوى .
- 2  $(x+5)(x+ \dots) = x^2 + \dots + 15$
- 3 إذا كان :  $x^2 + 1 = 26$  ، فإن قيمة  $x$  هى ..... أو .....
- 4  $(3x-4y)(2x-y) = \dots - \dots + \dots$
- 5 إذا كان :  $a = 5^3$  ، فإن  $\sqrt[3]{a} = \dots$

## 3 أجب عما يأتي:

- (أ) أوجد حاصل ضرب:
- 1  $(3x-2)(x+7)$  2  $(3-2m)(m-4)$
- 3  $(2l-5)(2l+5)$  4  $(\frac{1}{3}a-2b)(\frac{1}{3}a+2b)$
- (ب) أوجد مفكوك كل مما يأتي:
- 1  $(x-3)^2$  2  $(2x-9)^2$
- 3  $(x-2y)^2$  4  $(2x+3y)^2$
- (ج) أوجد ناتج ما يأتي بالصيغة العلمية:  $(5.4 \times 10^8) - (8.3 \times 10^8)$
- (د) اختصر في أبسط صورة:  $(x-2)(x+2) - (x+2)^2$  ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما  $x = 4$

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

الكل من 50%

تابع مستنواك



★★★★★

هل إجاباتك صحيحة؟

حل تدريباتك أكثر

تدريبات الدرس مرة أخرى



# قسمة حد جبري أو مقدار جبري على حد جبري (Dividing Algebraic Term or Algebraic Expression by Algebraic Term)



## نواتج التعلم

- يقسم الطالب حدًا جبريًا على حد جبري آخر.
- يقسم الطالب مقدارًا جبريًا على حد جبري.

(Algebraic Expression) - مقدار جبري  
(Dividend) - المقسوم  
(Quotient) - خارج القسمة

(Algebraic Term) - حد جبري  
(Dividing) - قسمة  
(Divisor) - المقسوم عليه

## مفردات أساسية

## تذكر وتأمّل

إذا علمت أن:  $(3x^2y^4) \times (5x^3y) = 15x^5y^5$

هل يمكن حساب:  $\frac{15x^5y^5}{5x^3y}$  ؟  
(علمًا بأن المقسوم عليه لا يساوي الصفر)

وما القيمة العددية لخارج القسمة عندما يكون:  $x = 3$  ،  $y = 2$  ؟

$$\begin{array}{|l} 3xy \\ \hline 24x^2y^3 + 9x^3y^2 \end{array}$$

الشكل المقابل هو مستطيل عرضه  $(3xy)$  ووحدة طول،

ومساحته  $(24x^2y^3 + 9x^3y^2)$  وحدة مربعة.

نكيف يمكن حساب طول هذا المستطيل؟

في هذا الدرس سنتعلم كيف نقوم بقسمة الحدود الجبرية، كذلك قسمة المقدار الجبري على الحد الجبري، مما سيمكننا من حل تلك المشكلات.

## قاعدة قسمة الإشارات

$$\begin{aligned} + \div + &= + \\ - \div - &= + \\ - \div + &= - \\ + \div - &= - \end{aligned}$$

## تعلم 1 قسمة حد جبري على حد جبري آخر:

عند قسمة حد جبري على حد جبري آخر نتبع الخطوات الآتية:

- 1 نقسم معاملات الحدود الجبرية مع تطبيق قاعدة قسمة الإشارات.
- 2 نقسم المتغيرات مع مراعاة طرح أسس المتغيرات التي لها نفس الأساس.

$$\frac{-20x^5y^3}{2x^3y^2} = \frac{-20}{2} x^{5-3} y^{3-2} = -10x^2y$$

فمثلاً:  $6x^6 \div 3x^2 = 2x^4$

نطرح الأسس  
نقسم المعاملات

**مثال 1** أوجد خارج قسمة كل مما يأتي: «علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي الصفر».

$$\begin{aligned} 1 \quad 12x^6y^2 \div 4x^3y &= 3x^3y \\ 2 \quad -10x^4y^5 \div 5x^3y &= -2xy^4 \\ 3 \quad \frac{-15a^3b^4c^2}{-3ab^2c} &= 5a^2b^2c \\ 4 \quad \frac{35a^4b^2c^3}{-7bac} &= -5a^3b^2c^2 \end{aligned}$$

**الحل**

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{12x^6y^2}{4x^3y} &= \frac{12}{4} x^{6-3} y^{2-1} = 3x^3y \\ 2 \quad \frac{-10x^4y^5}{5x^3y} &= \frac{-10}{5} x^{4-3} y^{5-1} = -2xy^4 \\ 3 \quad \frac{-15a^3b^4c^2}{-3ab^2c} &= \frac{-15}{-3} a^{3-1} b^{4-2} c^{2-1} = 5a^2b^2c \\ 4 \quad \frac{35a^4b^2c^3}{-7bac} &= \frac{35}{-7} a^{4-1} b^{2-1} c^{3-1} = -5a^3b^2c^2 \end{aligned}$$

## نقاط هامة

- في كل من المقسوم والمقسوم عليه إذا وجد نفس المتغير بنفس الأس يتم حذفه حيث إن خارج قسمتها يساوي 1 ، ثم نكمل عملية القسمة.
- القسمة على صفر ليس لها معنى، ولذلك فإن جميع المسائل التي تستخدم متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوي الصفر.

**مثال 2** اختر الإجابة الصحيحة: «علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي الصفر».

$$\begin{aligned} 1 \quad \text{إذا كان: } \frac{3x^2}{a} = 1 \text{ فإن: } a &= \dots\dots\dots \\ 2 \quad 15x^2y^4 \div \dots\dots\dots &= 3xy^2 \\ 3 \quad \dots\dots\dots \div 4xy^2 &= 2x^3y^4 \end{aligned}$$

**الحل**

$$\begin{aligned} 1 \quad 3x^2 \quad (\text{لأن: } \frac{3x^2}{3x^2} = 1) & \quad 2 \quad 5xy^2 \quad (\text{لأن: } \frac{15x^2y^4}{3xy^2} = 5xy^2) \\ 3 \quad 8x^4y^6 \quad (\text{لأن: } 4xy^2 \times 2x^3y^4 = 8x^4y^6) & \end{aligned}$$

## تذكّر

- المقسوم عليه = المقسوم  $\div$  خارج القسمة
- المقسوم = المقسوم عليه  $\times$  خارج القسمة

## سؤال 1

أوجد خارج قسمة ما يلي: «علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي الصفر».

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{20x^3y^2}{-4x^2y} &= \dots\dots\dots \\ 2 \quad \frac{-15a^4b^2}{-5a^2b^2} &= \dots\dots\dots \\ 3 \quad 50a^3b^4c^5 \div (-10a^2b^2c^3) &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

## تعلم 2) قسمة مقدار جبري على حد جبري:

عند قسمة مقدار جبري على حد جبري لتبع الآتي:

نقسم كل حد من حدود المقدار الجبري على هذا الحد، (وهي تشبه طريقة قسمة الكسور الاعتيادية).

حيث إن:  $\frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c}$  ,  $\frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$

فمثلاً:  $\frac{15x^3 + 20x^2}{5x} = \frac{15x^3}{5x} + \frac{20x^2}{5x} = 3x^2 + 4x$

مثال 3) أوجد خارج قسمة كل مما يأتي: «علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي الصفر».

$$32x^5 - 48x^3 \div (-8x^3) \quad 1 \quad \frac{42a^2b - 9ab^2 + 3ab}{-3ab} \quad 2 \quad \frac{12x^5 - 4x^3}{4x^2} \quad 1$$

الحل

$$\frac{32x^5 - 48x^3}{4x^2} = \frac{32x^5}{4x^2} - \frac{48x^3}{4x^2} = 8x^3 - 12x$$

$$\frac{42a^2b - 9ab^2 + 3ab}{-3ab} = \frac{42a^2b}{-3ab} + \frac{-9ab^2}{-3ab} + \frac{3ab}{-3ab} = -14a + 3b - 1$$

$$32x^5 - 48x^3 \div (-8x^3) = \frac{32x^5}{-8x^3} + \frac{-48x^3}{-8x^3} = -4x^2 + 6$$

مثال 4) أوجد خارج قسمة كل مما يأتي مع وضع الناتج في أبسط صورة: «علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي الصفر»

$$\frac{-8x^3 + 12x^2}{4x} + \frac{9x^4 - 6x^3}{3x^2} \quad 2 \quad \frac{16x^4y^2 - 32x^3y^3 + 24x^2y^2}{8x^2y} \quad 1$$

الحل

$$\frac{16x^4y^2 - 32x^3y^3 + 24x^2y^2}{8x^2y} = \frac{16x^4y^2}{8x^2y} - \frac{32x^3y^3}{8x^2y} + \frac{24x^2y^2}{8x^2y} = 2x^2y - 4xy^2 + 3y$$

$$\frac{-8x^3 + 12x^2}{4x} + \frac{9x^4 - 6x^3}{3x^2} = \left[ \frac{-8x^3}{4x} + \frac{12x^2}{4x} \right] + \left[ \frac{9x^4}{3x^2} + \frac{-6x^3}{3x^2} \right]$$

$$= -2x^2 + 3x + 3x^2 - 2x$$

$$= (-2x^2 + 3x^2) + (3x - 2x) = x^2 + x$$



سؤال 2

اختصر كلًا مما يأتي: «علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي الصفر».

$$\frac{2x^2 + 6x}{2x} + \frac{5x^3 - 10x^2}{5x^2} \quad 3 \quad \frac{4a^4b^3 - 8a^3b^4}{2a^2b^2} \quad 2 \quad \frac{4x^3y^3 - 8x^4y^5}{-2x^2y^3} \quad 1$$

### مثال 5 أوجد خارج قسمة: $\frac{4x^2(3x^2 + 2x - 5)}{2x}$

«علماً بأن:  $x \neq 0$ »، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما:  $x = 2$

**الحل**

$$\frac{4x^2(3x^2 + 2x - 5)}{2x} = \frac{12x^4 + 8x^3 - 20x^2}{2x} = \frac{12x^4}{2x} + \frac{8x^3}{2x} - \frac{20x^2}{2x}$$

$$= 6x^3 + 4x^2 - 10x$$

**حل آخر** لإيجاد خارج القسمة (تنوع الاستراتيجيات)

• نقسم  $4x^2$  على  $2x$  أولاً، ثم نضرب ناتج القسمة في  $(3x^2 + 2x - 5)$

$$\frac{4x^2(3x^2 + 2x - 5)}{2x} = \frac{4x^2}{2x} (3x^2 + 2x - 5) = 2x(3x^2 + 2x - 5)$$

$$= 6x^3 + 4x^2 - 10x$$

• القيمة العددية للمقدار الناتج عندما:  $x = 2$

$$6x^3 + 4x^2 - 10x = 6(2)^3 + 4(2)^2 - 10(2) = 6 \times 8 + 4 \times 4 - 20 = 48 + 16 - 20 = 44$$

### مثال 6 إذا كان: $(70x^3 - nx^2) \div 7x = mx^2 - 3x$ فأوجد قيمة: $m + n$ «علماً بأن: $x \neq 0$ »

**الحل**

$$\frac{70x^3}{7x} - \frac{nx^2}{7x} = mx^2 - 3x \Rightarrow 10x^2 - \frac{n}{7}x = mx^2 - 3x$$

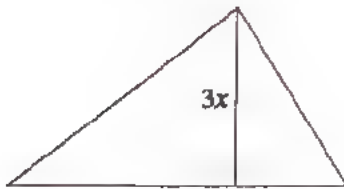
بمقارنة معاملات  $x^2$ :  $m = 10$  ، وبمقارنة معاملات  $x$ :  $n = 21 \Rightarrow \frac{-n}{7} = -3$

$$\therefore m + n = 10 + 21 = 31$$

### مثال 7 المثلث المقابل مساحته: $(9x^3 - 6x^2 + 3x)$ وحدة مربعة

أوجد طول قاعدته بدلالة  $x$  إذا كان الارتفاع  $(3x)$  وحدة طول،

ثم احسب القيمة العددية للقاعدة عندما:  $x = 4$



### مثال 8 متوازي مستطيلات حجمه $(12x^4 - 32x^3 + 16x^2)$ وحدة مكعبة، وقاعدته مربعة طول ضلعها $(2x)$ وحدة طول. أوجد ارتفاعه.

**الحل**

$$\frac{\text{حجم متوازي المستطيلات}}{\text{مساحة القاعدة}} = \text{ارتفاع متوازي المستطيلات}$$

أي أن:

$$\frac{12x^4 - 32x^3 + 16x^2}{(2x) \times (2x)} = \frac{12x^4 - 32x^3 + 16x^2}{4x^2} = \frac{12x^4}{4x^2} - \frac{32x^3}{4x^2} + \frac{16x^2}{4x^2} = 3x^2 - 8x + 4$$

ارتفاع متوازي المستطيلات  $= (3x^2 - 8x + 4)$  وحدة طول



1 اختر الإجابة الصحيحة: (علماً بأن المقسوم عليه لا يساوى صفراً)

$$2x^2 \times \dots = 6x^3$$

(أ)  $32x^3$  (ب)  $5x^3$  (ج)  $6x^2$  (د)  $3x$

$$\dots \times 4x^2y = 4x^3y^2$$

(أ)  $4x^2y^3$  (ب)  $5x^3y^2$  (ج)  $xy$  (د)  $4x^3y^2$

3 إذا كان:  $\frac{8x^2}{a} = 1$ ، فإن:  $a = \dots$

(أ)  $-1$  (ب)  $1$  (ج)  $-8x^2$  (د)  $8x^2$

$$\frac{a+b}{c} = \dots$$

(أ)  $a + \frac{b}{c}$  (ب)  $\frac{a}{c} + b$  (ج)  $\frac{a}{c} + \frac{b}{c}$  (د)  $\frac{ab}{c}$

$$\dots \div (-2x^2y) = 12xy^2$$

(أ)  $6xy$  (ب)  $-6xy$  (ج)  $24x^3y^3$  (د)  $-24x^3y^3$

$$15x^4y^3 \div \dots = 3x^2y^3$$

(أ)  $5xy^2$  (ب)  $5y^2$  (ج)  $5x^2$  (د)  $-5x^2y^2$

$$(x^3 + x^2) \div x^2 = \dots$$

(أ) Zero (ب)  $x$  (ج)  $x+1$  (د)  $2x+1$

2 أكمل ما يأتي: (علماً بأن المقسوم عليه لا يساوى صفراً)

1  $-6x^3 + 3x^2 = \dots$  2  $15x^2y^4 + 5x^2 = \dots$

3  $12x^3y^2 + \dots = 6x^2y$  4  $36x^5y^8 + \dots = 12x^3y^2$

5  $\frac{8x^2 - 4x}{2x} = \dots - 2$  6  $(7x^2 + 14x) \div 7x = x + \dots$

7  $(x^3 + x) \div x = \dots$  8  $(15x^4 - 12x^3) \div (-3x^2) = \dots$

3 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي: (علماً بأن المقسوم عليه لا يساوى صفراً)

1  $\frac{6x^4}{2x^2} = \dots$  2  $\frac{-14y^6}{7y^3} = \dots$  3  $\frac{-16x^3y^4}{-8x^2y^2} = \dots$

4  $\frac{18x^2y^3}{-2x^2y} = \dots$  5  $\frac{8x^2y^4z^3}{-4x^2y^3z} = \dots$  6  $\frac{-20a^3b^4c^2}{-5a^2bc^2} = \dots$

7  $\frac{6a^2b^2}{3ab} = \dots$  8  $\frac{8xy^2}{2xy^2} = \dots$  9  $\frac{-28x^2y^3z}{-7x^2yz} = \dots$

## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 المتباينة التي تمثل: «العدد  $x$  مضافاً إليه العدد 2 أقل من 5» هي
- (أ)  $x + 2 > 5$  (ب)  $x - 2 < 5$  (ج)  $2x < 5$  (د)  $x + 2 < 5$
- 2  $15x^3 \div (-3x^2) = \dots\dots\dots$
- (أ)  $5x$  (ب)  $-5x$  (ج)  $5x^2$  (د)  $-5x^5$
- 3  $\frac{12x^3 - 14x^2}{2x} = \dots\dots\dots - 7x$
- (أ)  $6x$  (ب)  $6x^3$  (ج)  $6x^2$  (د)  $6$
- 4  $(2x)(-3x^2) = \dots\dots\dots$
- (أ)  $6x^3$  (ب)  $-6x^2$  (ج)  $-x^3$  (د)  $-6x^3$
- 5  $x(6x + 4) = 6x^2 + \dots\dots\dots$
- (أ)  $8x$  (ب)  $10x$  (ج)  $4x$  (د)  $10x^2$

## 2 أكمل كل ما يأتي:

- 1  $(2x^2)(3x^3) = \dots\dots\dots$
- 2 المتباينة التي تمثل «عدد  $x$  أكبر من 5» هي
- 3  $4xy^3 \div 2x = \dots\dots\dots (x \neq 0)$
- 4  $(4x^3 - 2x^4) \div 2x^2 = \dots\dots\dots (x \neq 0)$
- 5 مستطيل مساحته  $(5x^2 + 10x)$  وحدة مربعة، إذا كان طوله  $(5x)$  وحدة طول، فإن عرضه  $= \dots\dots\dots$  وحدة طول.

## 3 أجب عما يلي: (علماً بأن القسوم عليه لا يساوي صفراً)

- 1 أوجد خارج قسمة:  $\frac{14x^3 - 6x^2}{2x}$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عندما  $(x = 1)$ .
- 2 اختصر لأبسط صورة:  $\frac{16x^3 + 4x^2}{4x^2} + \frac{30x^2 - 10x}{5x}$
- 3 إذا كان:  $(16x^3y^4 + mx^2y^3) \div 4x^2y^2 = nxy^2 + 2y$ ، فما قيمة  $m + n$ ؟
- 4 مثلث مساحته  $(4x^3 + 6x^2 - 2x)$  وحدة مربعة وارتفاعه  $(2x)$  وحدة طول، أوجد طول قاعدته بدلالة  $x$ ، ثم أوجد القيمة العددية لطول القاعدة عندما  $(x = 2)$ .

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مستواك

★★★★★

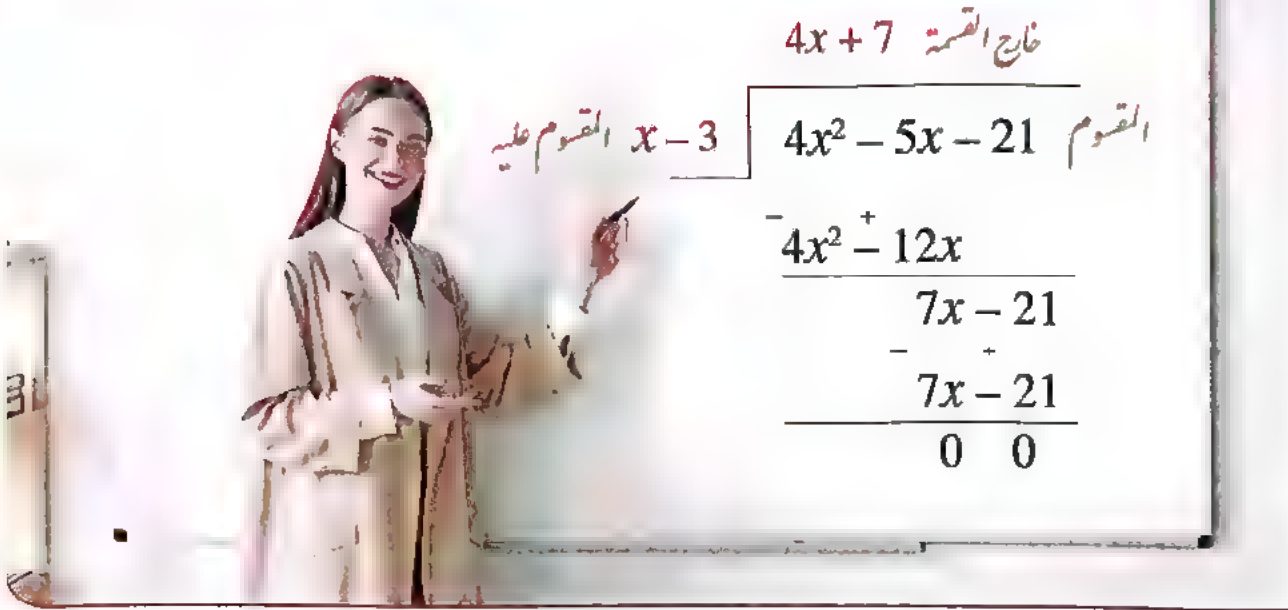


حل امتحانات الاختبار

حل تدريبات الاختبار

حل تدريبات الاختبار

ذاكر طرق الدرس مرة أخرى



خارج القسمة  $4x + 7$

المقسوم  $4x^2 - 5x - 21$

المقسوم عليه  $x - 3$

$$\begin{array}{r}
 4x^2 - 5x - 21 \\
 \underline{-(4x^2 + 12x)} \phantom{-21} \\
 7x - 21 \\
 \underline{-(7x + 21)} \\
 0 \phantom{-21}
 \end{array}$$

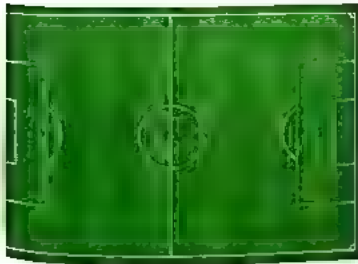
نواتج التعلم

- أن يقسم الطالب مقدارًا جبريًا على مقدار جبري آخر مكون من حدين.
- أن يوظف الطالب قسمة المقادير الجبرية في حل المشكلات.

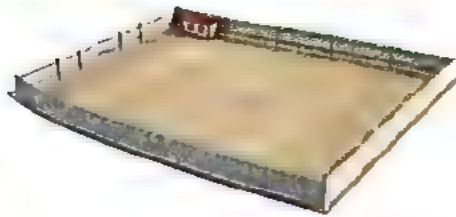
قسمة (Dividing) - مقدار جبري (Algebraic Expression) - المقسوم (Dividend)  
- المقسوم عليه (Divisor) - خارج القسمة (Quotient)

مفردات أساسية

مكة وناقش



1 إذا كانت إجمالي إيرادات التذاكر المبيعة في إحدى مباريات كرة القدم هي  $(6x^2 + 31x + 5)$  جنيه وكان ثمن التذكرة الواحدة هو  $(x + 5)$  جنيه. فكيف نحصل على عدد التذاكر المبيعة؟



2 قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها  $(x^2 + 7x + 10)$  متر مربع وكان عرضها يساوي  $(x + 2)$  متر. أوجد طول قطعة الأرض بدلالة  $(x)$ .

في هذا الدرس، سوف نتعلم كيفية قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر، مما يمكننا من حل مثل هذه المشكلات.

• تعلمنا فيما سبق كيفية إجراء عملية قسمة الأعداد الصحيحة باستخدام الخوارزمية المعيارية (القسمة المطولة) وهي كالآتي:

$$\begin{array}{r} 135 \\ 5 \overline{) 675} \\ \underline{5} \phantom{0} \\ 17 \phantom{0} \\ \underline{15} \phantom{0} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 00 \end{array}$$

• أسقط «أنزل الرقم التالي»

• اقسّم • اضرب • اطرح

ثم كرر نفس الخطوات

• والشكل التالي يوضح عناصر عملية القسمة:

$$\begin{array}{c} 675 \\ \uparrow \\ \text{المقسوم} \end{array} \div \begin{array}{c} 5 \\ \uparrow \\ \text{المقسوم عليه} \end{array} = \begin{array}{c} 135 \\ \uparrow \\ \text{خارج القسمة} \end{array}$$

• تستخدم هذه المفردات أيضًا في قسمة المقادير الجبرية، مع العلم أن جميع المسائل التي يستخدم فيها متغيرات يكون المقسوم عليه لا يساوي الصفر.

**فمثلاً:** لإيجاد خارج قسمة  $(5x + x^2 + 6)$  ، على  $(x + 3)$  (حيث  $x \neq -3$ ) نتبع الآتي:

$$x+3 \overline{) x^2 + 5x + 6}$$

1 نرتب حدود المقسوم والمقسوم عليه ترتيبًا تنازليًا أو تصاعديًا حسب قوى  $(x)$  (يفضل تنازليًا).

$$\begin{array}{r} x \\ x+3 \overline{) x^2 + 5x + 6} \\ \underline{x^2 + 3x} \phantom{+ 6} \\ 2x + 6 \end{array}$$

2 نقسم الحد الأول في المقسوم  $(x^2)$  على الحد الأول في المقسوم عليه  $(x)$  فيكون الناتج  $(x)$

$$\begin{array}{r} x \\ x+3 \overline{) x^2 + 5x + 6} \\ \underline{x^2 + 3x} \phantom{+ 6} \\ 2x + 6 \end{array}$$

3 نضرب الناتج  $(x)$  في المقسوم عليه  $(x + 3)$  فيكون الناتج  $(x^2 + 3x)$  (مع مراعاة وضع الحدود المتشابهة أسفل بعضها)

$$\begin{array}{r} x \\ x+3 \overline{) x^2 + 5x + 6} \\ \underline{x^2 + 3x} \phantom{+ 6} \\ 2x + 6 \end{array}$$

4 نطرح  $(x^2 + 3x)$  من  $(x^2 + 5x + 6)$  فيكون الناتج  $(2x + 6)$

$$\begin{array}{r} x+2 \\ x+3 \overline{) x^2 + 5x + 6} \\ \underline{x^2 + 3x} \phantom{+ 6} \\ 2x + 6 \\ \underline{2x + 6} \\ 0 \end{array}$$

نكرر الخطوات السابقة

5 حتى يصبح باقي الطرح يساوي صفرًا وبالتالي يكون خارج القسمة هو  $(x + 2)$

♀ لاحظ أن

للتأكد من صحة خارج القسمة: نضرب خارج القسمة في المقسوم عليه فنحصل على المقسوم.

## مثال 1 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي ثم تأكد من صحة الحل:

- 1  $(x^2 - 2x - 15)$  على  $(x + 3)$  ، حيث  $x \neq -3$  2  $(x^2 + 8x - 9)$  على  $(x - 1)$  حيث  $x \neq 1$

### الحل

1

$$\begin{array}{r} x-5 \\ x+3 \overline{) x^2-2x-15} \\ \underline{-(x^2+3x)} \phantom{-15} \\ -5x-15 \\ \underline{+5x+15} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

◀ خارج القسمة هو  $(x - 5)$

◀ للتأكد من صحة خارج القسمة:

المقسوم = خارج القسمة  $\times$  المقسوم عليه

$$\begin{aligned} \therefore (x-5)(x+3) &= x^2 + [3x + (-5x)] - 15 \\ &= x^2 - 2x - 15 \end{aligned}$$

2

$$\begin{array}{r} x+9 \\ x-1 \overline{) x^2+8x-9} \\ \underline{-(x^2-x)} \phantom{-9} \\ 9x-9 \\ \underline{-(9x-9)} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

◀ خارج القسمة هو  $(x + 9)$

◀ للتأكد من صحة خارج القسمة:

المقسوم = خارج القسمة  $\times$  المقسوم عليه

$$\begin{aligned} (x+9)(x-1) &= x^2 + [-x + 9x] - 9 \\ &= x^2 + 8x - 9 \end{aligned}$$

## مثال 2 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

- 1  $(x^3 + 3x - 36)$  على  $(x - 3)$  حيث  $x \neq 3$  2  $(x^3 + 8)$  على  $(x + 2)$  حيث  $x \neq -2$

### الحل

- 1 لاحظ أن المقسوم لا يوجد به حد جبري يشتمل على  $x^2$

لذلك نترك له مسافة فارغة.

$$\begin{array}{r} x^2+3x+12 \\ x-3 \overline{) x^3+\phantom{+3x}-36} \\ \underline{-(x^3-3x^2)} \phantom{-36} \\ 3x^2+3x-36 \\ \underline{-(3x^2-9x)} \phantom{-36} \\ 12x-36 \\ \underline{-(12x-36)} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

◀ خارج القسمة هو  $(x^2 + 3x + 12)$

- 2 لاحظ أن المقسوم لا توجد به حدود تشتمل على  $x^2$ ،

لذلك نترك لهم مسافات فارغة.

$$\begin{array}{r} x^2-2x+4 \\ x+2 \overline{) x^3+\phantom{+3x}+8} \\ \underline{-(x^3+2x^2)} \phantom{+8} \\ -2x^2+\phantom{+3x}+8 \\ \underline{+2x^2-4x} \phantom{+8} \\ 4x+8 \\ \underline{-(4x+8)} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

◀ خارج القسمة هو  $(x^2 - 2x + 4)$

## سؤال 1

أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

- 1  $(x^2 - 6x + 8)$  على  $(x - 2)$  حيث  $x \neq 2$  2  $(x^3 + 64)$  على  $(x + 4)$  حيث  $x \neq -4$



### مثال 3 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

1  $(23x + 21 + 6x^2)$  على  $(2x + 3)$  حيث  $x \neq \frac{-3}{2}$

الحل

$$\begin{array}{r} 3x+7 \\ 2x+3 \overline{) 6x^2+23x+21} \\ \underline{6x^2+9x} \phantom{+21} \\ 14x+21 \\ \underline{14x+21} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو  $(3x+7)$

لاحظ أن

تم ترتيب حدود المقسوم حسب قوى  $(x)$  ترتيباً تنازلياً.

2  $(11xy + y^2 + 10x^2)$  على  $(x + y)$  حيث  $y \neq -x$

$$\begin{array}{r} y+10x \\ y+x \overline{) y^2+11xy+10x^2} \\ \underline{y^2+xy} \phantom{+10x^2} \\ 10xy+10x^2 \\ \underline{10xy+10x^2} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو  $(y + 10x)$

لاحظ أن

تم ترتيب حدود المقسوم والمقسوم عليه ترتيباً تنازلياً حسب قوى المتغير  $(y)$  ويمكن أيضاً حل المثال بالترتيب حسب قوى المتغير  $(x)$

### مثال 4 أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

1  $(16y^2 - 4x^2)$  على  $(4y - 2x)$  حيث  $x \neq 2y$

الحل

1 لاحظ أن المقسوم مرتب تنازلياً حسب قوى  $(y)$  ولا يوجد به حد جبرى يشتمل على  $y$  لذلك نترك له مسافة فارغة.

$$\begin{array}{r} 4y+2x \\ 4y-2x \overline{) 16y^2+ \phantom{0} -4x^2} \\ \underline{16y^2-8xy} \phantom{+2x} \\ 8xy-4x^2 \\ \underline{8xy-4x^2} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

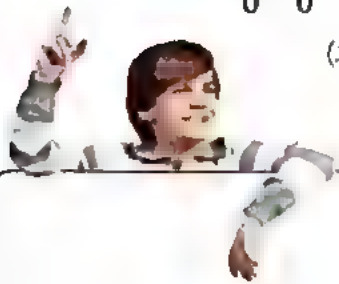
خارج القسمة هو  $(4y + 2x)$

2 لاحظ أنه يوجد عملية ضرب في المقسوم عليه لذلك نقوم بإجراءها أولاً ثم نقسم:

3  $(x + 3y) = 3x + 9y$

$$\begin{array}{r} x+y \\ 3x+9y \overline{) 3x^2+12xy+9y^2} \\ \underline{3x^2+9xy} \phantom{+9y^2} \\ 3xy+9y^2 \\ \underline{3xy+9y^2} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

خارج القسمة هو  $(x + y)$



### سؤال 2

أوجد خارج قسمة كل مما يأتي:

2  $(x^2 - 25y^2)$  على  $(x + 5y)$  حيث  $x \neq -5y$

1  $(9x + x^2 + 18)$  على  $(x + 3)$  حيث  $x \neq -3$

## مثال 5

إذا كان  $(2x - 3)$  أحد عاملي المقدار  $(2x^2 + 7x - 15)$  ،

فأوجد العامل الآخر حيث :  $x \neq \frac{3}{2}$

**الحل**

العامل الآخر هو خارج قسمة  $(2x^2 + 7x - 15)$  على  $(2x - 3)$

وبالتالي فإن العامل الآخر هو  $(x + 5)$

$$\begin{array}{r} x+5 \\ 2x-3 \overline{) 2x^2 + 7x - 15} \\ \underline{2x^2 + 3x} \phantom{-15} \\ 10x - 15 \\ \underline{-10x + 15} \\ 0 \phantom{0} \end{array}$$

## مثال 6

إذا كان المقدار الجبري  $(x^3 - 3x^2 + 6x + a)$

يقبل القسمة على  $(x - 2)$  ، حيث :  $x \neq 2$

فأوجد قيمة  $a$

**الحل**

لإيجاد قيمة  $a$  نقسم المقدار  $(x^3 - 3x^2 + 6x + a)$  على  $(x - 2)$

∴ المقسوم يقبل القسمة على المقسوم عليه

فإن باقى عملية القسمة  $(a + 8)$  يجب أن يساوى 0

أى أن :  $a + 8 = 0$  ومنها :  $a = -8$

$$\begin{array}{r} x^2 - x + 4 \\ x-2 \overline{) x^3 - 3x^2 + 6x + a} \\ \underline{-x^3 + 2x^2} \phantom{+6x+a} \\ -x^2 + 6x + a \\ \underline{+x^2 - 2x} \phantom{+a} \\ 4x + a \\ \underline{-4x + 8} \\ a + 8 \end{array}$$

## مثال 7

أوجد قيمة  $a$  التى تجعل المقدار  $(2x^2 - 5x + a)$  يقبل القسمة على  $(2x + 3)$

حيث  $x \neq -\frac{3}{2}$  وإذا كان خارج القسمة هو  $(x + b)$ ؛ فأوجد قيمة  $a + b$

**الحل**

لكى يقبل المقدار  $(2x^2 - 5x + a)$  القسمة على  $(2x + 3)$

فإن  $a + 12 = 0$  ∴  $a = -12$

، ويكون خارج القسمة  $(x - 4)$

∴  $x + b = x - 4$  ومنها  $b = -4$

∴  $a + b = (-12) + (-4) = (-16)$



$$\begin{array}{r} x-4 \\ 2x+3 \overline{) 2x^2 - 5x + a} \\ \underline{-2x^2 + 3x} \phantom{+a} \\ -8x + a \\ \underline{+8x - 12} \\ a + 12 \end{array}$$

## سؤال 3

1 إذا كان المقدار :  $(x + 3)$  أحد عاملي المقدار  $(x^2 + 10x + 21)$  ، حيث :  $x \neq -3$  فأوجد العامل الآخر.

2 إذا كان المقدار :  $(x^2 - 14x + a)$  يقبل القسمة على المقدار  $(x - 1)$  ، حيث :  $x \neq 1$  فأوجد قيمة  $a$

## مثال 8

يبيع أحد ملاهي الأطفال تذاكر بإجمالي إيرادات  $(5x^2 - 3x - 14)$  جنيه فإذا كان سعر كل تذكرة  $(x - 2)$  جنيه ، فحدد عدد التذاكر المباعة بدلالة  $x$  حيث :  $x \neq 2$  ، وإذا كانت  $x = 50$  ، فأوجد عدد التذاكر المباعة.

**الحل**

إجمالي الإيرادات = عدد التذاكر المباعة  $\times$  سعر التذكرة الواحدة.

$$\therefore \text{عدد التذاكر المباعة} = \frac{\text{إجمالي الإيرادات}}{\text{سعر التذكرة الواحدة}}$$

$\therefore$  [عدد التذاكر المباعة بدلالة  $x$ ] =  $(5x + 7)$  تذكرة.

$\therefore$  [عدد التذاكر المباعة عندما  $x = 50$ ] =  $[x = 50] = 5(50) + 7 = 257$  تذكرة.

$$\begin{array}{r} 5x+7 \\ x-2 \overline{) 5x^2-3x-14} \\ \underline{-5x^2+10x} \phantom{-14} \\ 7x-14 \\ \underline{-7x+14} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

## مثال 9

أرضية غرفة مستطيلة الشكل مساحتها تساوي  $(35x^3 + 72x^2 + 64x + 24)$  متر مربع ، فإذا كان عرض الأرضية يساوي  $(7x + 6)$  متر ، فأوجد طول الأرضية بدلالة  $x$  حيث :  $x \neq \frac{6}{7}$  ، ثم أوجد القيمة العددية لمحيط الأرضية عندما  $x = 1$

**الحل**

$\therefore$  أرضية الغرفة مستطيلة الشكل.

$$\therefore \text{طول الأرضية} = \frac{\text{مساحة الأرضية}}{\text{عرض الأرضية}}$$

$\therefore$  [طول الأرضية بدلالة  $(x)$ ] =  $(5x^2 + 6x + 4)$  متر.

عند :  $x = 1$

« طول الأرضية =  $5(1)^2 + 6(1) + 4 = 15$  مترًا.

« عرض الأرضية =  $7(1) + 6 = 13$  مترًا.

وبالتالي فإن محيط الأرضية =  $2(15 + 13) = 56$  مترًا.

$$\begin{array}{r} 5x^2+6x+4 \\ 7x+6 \overline{) 35x^3+72x^2+64x+24} \\ \underline{-35x^3+30x^2} \phantom{+64x+24} \\ 42x^2+64x+24 \\ \underline{-42x^2+36x} \phantom{+24} \\ 28x+24 \\ \underline{-28x+24} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

## مثال 10

تقوم إحدى الشركات بتعبئة منتجاتها في صناديق ، كل صندوق على شكل متوازي مستطيلات حجمه يساوي  $(3x^3 + 7x^2 + 5x + 1)$  سنتيمتر مكعب وارتفاعه يساوي  $(x + 1)$  سنتيمتر ، فأوجد مساحة قاعدة الصندوق بدلالة  $(x)$  ، حيث :  $x \neq -1$

**الحل**

حجم الصندوق «متوازي المستطيلات»

= مساحة قاعدة الصندوق  $\times$  ارتفاع الصندوق.

$$\therefore \text{مساحة قاعدة الصندوق} = \frac{\text{حجم الصندوق}}{\text{ارتفاع الصندوق}}$$

$\therefore$  [مساحة قاعدة الصندوق بدلالة  $(x)$ ] =  $(3x^2 + 4x + 1)$  سم<sup>2</sup>

$$\begin{array}{r} 3x^2+4x+1 \\ x+1 \overline{) 3x^3+7x^2+5x+1} \\ \underline{-3x^3+3x^2} \phantom{+5x+1} \\ 4x^2+5x+1 \\ \underline{-4x^2+4x} \phantom{+1} \\ x+1 \\ \underline{-x-1} \\ 0 \quad 0 \end{array}$$

1 اختر الإجابة الصحيحة: (علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي صفراً)

1  $(x^2 + 7x + 12) \div (x + 4) = \dots\dots\dots$

- (أ)  $(x - 4)$  (ب)  $(x - 3)$  (ج)  $(x + 4)$  (د)  $(x + 3)$

2  $(x^2 - 3x - 10) \div (x + 2) = \dots\dots\dots$

- (أ)  $(x - 5)$  (ب)  $(x + 5)$  (ج)  $(x - 2)$  (د)  $(x + 3)$

3 إذا كان  $(x - 7)$  أحد عوامل المقدار  $x^2 - 49$ ، فإن العامل الآخر هو

- (أ)  $x$  (ب)  $x - 7$  (ج)  $x + 7$  (د)  $7x$

4 إذا كان  $(3x - 7)$  أحد عوامل المقدار  $6x^2 + x - 35$ ، فإن العامل الآخر هو

- (أ)  $2x + 5$  (ب)  $2x - 5$  (ج)  $x + 5$  (د)  $5x + 2$

5 إذا كان خارج قسمة  $(x^3 - 4x)$  على  $(x - 2)$  هو  $(ax + x^2)$  فإن  $a =$ 

- (أ)  $-4$  (ب)  $-2$  (ج)  $2$  (د)  $4$

6 إذا كان  $(x^2 + 5x + 25)$  هو أحد عوامل المقدار  $x^3 - 125$ ، فإن العامل الآخر هو

- (أ)  $x$  (ب)  $x + 5$  (ج)  $x^2 - 5$  (د)  $x - 5$

7 إذا كان:  $\frac{x-3}{3-x} = a$ ، فإن قيمة  $a$  تساوي

- (أ)  $-3$  (ب)  $-1$  (ج)  $1$  (د)  $3$

8 إذا كان:  $\frac{2x+a}{x+3} = 2$ ، فإن:  $a = \dots\dots\dots$ 

- (أ)  $2$  (ب)  $3$  (ج)  $5$  (د)  $6$

9 إذا كان:  $\frac{3x+15}{x-a} = 3$ ، فإن:  $a =$ 

- (أ)  $-5$  (ب)  $-3$  (ج)  $3$  (د)  $5$

10 إذا كان خارج قسمة  $(x^2 - 2x - 35)$  على  $(x + 5)$  هو  $(x + b)$ ، فإن:  $b =$ 

- (أ)  $-7$  (ب)  $-5$  (ج)  $5$  (د)  $7$

11 مستطيل مساحته  $(x^2 - 10x + 24)$  وحدة مساحة، وطول أحد بعديه  $(x - 4)$  وحدة طول،

فإن طول البعد الآخر = وحدة طول.

- (أ)  $x + 6$  (ب)  $x - 6$  (ج)  $x - 12$  (د)  $x + 12$

12 إذا كانت مساحة مثلث هي  $(x^2 - 9x + 14)$  وحدة مساحة، وكان طول قاعدته  $(x - 2)$  وحدة طول،

فإن الارتفاع المناظر لهذه القاعدة = وحدة طول.

- (أ)  $x - 7$  (ب)  $\frac{1}{2}(x - 7)$  (ج)  $2(x - 7)$  (د)  $x - 14$

13 إذا كانت مساحة مثلث  $(x^2 - 10x + 21)$  وحدة مساحة، وارتفاعه  $(x - 7)$  وحدة طول،

فإن طول القاعدة المناظر لهذا الارتفاع = وحدة طول.

- (أ)  $x - 3$  (ب)  $\frac{1}{2}(x - 3)$  (ج)  $x - 6$  (د)  $2x - 6$

2 أوجد خارج قسمة ما يلي: (علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي صفراً)

- 1  $x^2 + 9x + 20$  على  $(x + 4)$
- 2  $x^2 + 8x + 15$  على  $(x + 5)$
- 3  $x^2 - 10x + 25$  على  $(x - 5)$
- 4  $x^2 - 4x - 21$  على  $(x + 3)$
- 5  $4x + x^2 + 3$  على  $(x + 3)$
- 6  $2 + 2y^2 - 5y$  على  $(y - 2)$
- 7  $6x + x^2 + 5$  على  $(x + 5)$
- 8  $6 + x^2 + 5x$  على  $(2 + x)$
- 9  $6x^2 + 13x + 6$  على  $(2x + 3)$
- 10  $3x^2 + 2x - 8$  على  $(3x - 4)$
- 11  $13x - 3 + 10x^2$  على  $(5x - 1)$
- 12  $4x^2 - 15 - 7x$  على  $(4x + 5)$

3 أوجد ناتج كل مما يأتي: (علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي صفراً)

- 1  $x^2 + 2xy + y^2$  على  $(x + y)$
- 2  $x^2 + 5xy - 6y^2$  على  $(x + 6y)$
- 3  $9yx + 20y^2 + x^2$  على  $(x + 4y)$
- 4  $7xy + 6y^2 + 2x^2$  على  $(2x + 3y)$
- 5  $7x - 5x^2 + 2x^3 - 6$  على  $(2x - 3)$
- 6  $3x^2 + x^3 - x - 3$  على  $(x - 1)$
- 7  $x^3 + 5x^2 + 5x - 3$  على  $(x + 3)$
- 8  $27x^3 + 8$  على  $(3x + 2)$
- 9  $x^3 + 7x^2 + 13x + 15$  على  $(x + 5)$
- 10  $x^3 - 8x + 3$  على  $(x + 3)$
- 11  $x^3 + 4x^2 - 5$  على  $(x - 1)$
- 12  $x^3 + 27$  على  $(x + 3)$
- 13  $x^4 - 1$  على  $(x^2 + 1)$
- 14  $x^3 - 4x$  على  $(x + 2)$

4 أجب عن الأسئلة الآتية: (علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي صفراً)

- 1 إذا كان  $(x - 4)$  أحد عاملي المقدار  $(x^2 - 5x + 4)$ ، فأوجد العامل الآخر.
- 2 إذا كان  $(x + 3)$  أحد عاملي المقدار  $(x^2 + 5x + 6)$ ، فأوجد العامل الآخر.
- 3 اقسم  $(-3x^2 + x^3 - x + 6)$  على  $(x - 2)$  حيث  $x \neq 2$ ، ثم أوجد القيمة العددية لخارج القسمة عندما  $x = 3$
- 4 اقسم  $(x^3 - 3x - 2)$  على  $(x - 2)$  حيث  $x \neq 2$ ، ثم أوجد القيمة العددية لخارج القسمة عندما  $x = 5$
- 5 أوجد قيمة  $b$  التي تجعل المقدار  $(4x^2 + 11x + b)$  يقبل القسمة على  $(x - 1)$
- 6 أوجد قيمة  $c$  التي تجعل المقدار  $(14x^2 + 15x + c)$  يقبل القسمة على  $(2x + 1)$
- 7 إذا كان خارج قسمة  $(x^2 - 5x + c)$  على  $(x - 2)$  هو  $(x + a)$ ، فما قيمة  $a + c$ ؟
- 8 إذا كان خارج قسمة  $(x^2 + 10x + c)$  على  $(x + 7)$  هو  $(x + a)$ ، فما قيمة  $a + c$ ؟



1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 إذا كان طول القلم ( $x$ ) لا يزيد عن 15 سم فأى المتباينات تمثل طول القلم؟

(أ)  $x < 15$  (ب)  $x \leq 15$  (ج)  $x > 15$  (د)  $x \geq 15$

2 أى المتباينات تعبر عن أن العدد  $x$  أكبر من 6؟

(أ)  $x \leq 6$  (ب)  $x \geq 6$  (ج)  $x > 6$  (د)  $x < 6$

3 المتباينة التى تعبر عن ثلاثة أمثال العدد  $y$  أكبر من 12؟

(أ)  $y \geq 12$  (ب)  $3y > 12$  (ج)  $3y < 12$  (د)  $3y \leq 12$

4 أى من المتباينات التالية يكون أحد حلولها فى مجموعة الأعداد الصحيحة هو  $x = 5$ ؟

(أ)  $x - 2 > 5$  (ب)  $2x - 1 > 5$  (ج)  $-x < -5$  (د)  $x < -5$

5 أى الأعداد التالية ينتمى إلى مجموعة حل المتباينة  $2x - 3 > 5$  فى  $Z$ ؟

(أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5

6 إذا كان:  $A > B$ ،  $B > 0$ ،  $A > 0$  فإن  $\frac{1}{A}$  .....  $\frac{1}{B}$

(أ)  $>$  (ب)  $<$  (ج)  $\geq$  (د)  $=$

7 إذا كانت  $x \in Z$  فأى مما يأتى أحد حلول المتباينة  $1 - 2x < 3$ ؟

(أ) 0 (ب) -1 (ج) -2 (د) -4

8  $(2y^2)(3y) =$  .....

(أ)  $6y^3$  (ب)  $5y^3$  (ج)  $6y^2$  (د)  $32y^3$

9  $(x)(x)(-x) =$  .....

(أ)  $x^3$  (ب)  $3x$  (ج)  $-x^3$  (د)  $-3x$

10  $(-4a^3)(-5a^3) =$  .....

(أ)  $20a^3$  (ب)  $20a^6$  (ج)  $-20a^3$  (د)  $-20a^6$

11 إذا كان سعر القلم الواحد ( $x$ ) جنيهاً فما سعر 8 أقلام؟

(أ)  $x + 8$  (ب)  $x - 8$  (ج)  $8x$  (د)  $\frac{x}{8}$

12  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab +$  .....

(أ)  $b^2$  (ب)  $b$  (ج)  $-b^2$  (د)  $-b$

13 إذا كان  $(x-3)(2x+5) = 2x^2 + bx - 15$  فإن  $b =$  .....

(أ) 2 (ب) -1 (ج) 1 (د) -2

- 14 إذا كان:  $(5x-3)^2 = 25x^2 + kx + 9$  ، فإن  $k =$
- (د) 30 (ج) -30 (ب) -15 (أ) 15
- 15 إذا كان  $L = 2$  فإن القيمة العددية للمقدار  $(2L-1)^2$  هي
- (د) 16 (ج) 4 (ب) 3 (أ) 9
- 16 عدد الحدود في مفكوك  $(2-x)^2$  يساوي
- (د) 5 (ج) 4 (ب) 3 (أ) 2
- 17 إذا كان:  $x^2 - a = (x-4)(x+4)$  فإن  $a =$
- (د) -4 (ج) 4 (ب) -16 (أ) 16
- 18  $10a^5b^3 \div 2a^3b^3 = \dots\dots\dots$
- (د)  $5a^2$  (ج)  $5b^2$  (ب)  $5a^2b$  (أ)  $5ab^2$
- (حيث  $a \neq 0, b \neq 0$ )
- 19  $-4xy^2 \div xy = \dots\dots\dots$
- (د) -4 (ج) -4y (ب) -4xy (أ) xy
- (حيث  $x \neq 0, y \neq 0$ )
- 20 إذا كان:  $\frac{-4xy}{a} = 1$  فإن  $a = \dots\dots\dots$
- (د) -4xy (ج) 4xy (ب) 1 (أ) -1
- 21 إذا كان:  $\frac{L}{3x} = -7x^4$  فإن  $L = \dots\dots\dots$
- (د)  $-7x^3$  (ج)  $21x^3$  (ب)  $-21x^5$  (أ)  $7x^3$
- 22  $(8x^3 - 6x) \div 2x = \dots\dots\dots$
- (حيث  $x \neq 0$ )
- (د)  $4x^2 - 8$  (ج)  $4x^2 - 3$  (ب)  $4x^2 - 4$  (أ)  $4x^2 - 1$
- 23 إذا كان:  $\frac{16-x}{x-16} = a$  فإن  $a = \dots\dots\dots$
- (د) 16 (ج) 1 (ب) -1 (أ) -16
- (حيث  $x \neq 16$ )
- 24 إذا كان:  $\frac{x^2+b}{x+1} = x$  فإن  $b = \dots\dots\dots$
- (د) -1 (ج) 1 (ب) x (أ) -x
- (حيث  $x \neq -1$ )
- 25 إذا كان:  $\frac{12y^2 - 15y}{4y - C} = 3y$  فإن  $C = \dots\dots\dots$
- (د) 5 (ج) -3 (ب) -4 (أ) -5
- (حيث  $y \neq \frac{C}{4}$ )
- 26 إذا كانت:  $b^x = 3$  فإن:  $3b = \dots\dots\dots$
- (د)  $b^{3x}$  (ج)  $b^{x+2}$  (ب)  $b^{x+1}$  (أ)  $b^{2x}$

## 2 أكمل كلاً مما يأتي:

- 1 إذا كانت درجة الحرارة أقل من 10 درجات مئوية فإن المتباينة التي تمثل درجة الحرارة ( $x$ ) هي
- 2 إذا كان عدد الكتب في المكتبة أكثر من 500 كتاب فإن المتباينة التي تعبر عن عدد الكتب ( $b$ ) هي
- 3 إذا كان  $x \geq 3$  فإن  $-x \leq -3$  . . . . .  $x$
- 4 إحدى المتباينات المكافئة للمتباينة  $2x < -16$  هي  $x < \dots$
- 5 إذا كانت  $x \in \mathbb{N}$  فإن مجموعة حل المتباينة  $x \leq 0$  هي
- 6  $(2a)(3b^2) = \dots$  7  $(5x)(-5x^2) = \dots$
- 8  $\left(\frac{-4}{5}xy\right)\left(\frac{15}{4}y^3\right) = \dots$  9  $(-6P^2St^3)(\dots) = 18P^2S^2t^3$
- 10  $L(L-14) = \dots - 14L$  11  $m(m-8) + 8m = \dots$
- 12 حجم المكعب الذي طول حرفه ( $x$ ) سم يساوي  $\dots$  سم<sup>3</sup>.
- 13 عدد حدود حاصل ضرب  $(a-1)(a+1)$  في أبسط صورة يساوي
- 14 إذا كان  $(x-2)(x-3) = x^2 + ax + 6$  فإن  $a = \dots$
- 15 إذا كان  $(L-7)(L+7) = L^2 + b$  فإن  $b = \dots$
- 16 معامل  $x^2$  في حاصل الضرب  $(3x+8)(2x-7)$  هو
- 17  $(45x^4) \div (15x^2) = \dots$  18  $(-16a^2b^3) \div (-8ab) = \dots$
- 19  $(3x^2 - 3x) \div 3x = \dots$  20 إذا كان  $\frac{am^2}{-7m^2} = 1$  فإن  $a = \dots$
- 21  $\dots \div (12x^3y^2) = -x$  22 إذا كان  $\frac{15y+30}{y-k} = 15$  فإن  $K = \dots$
- 23  $\dots = \frac{(3+2)^4}{5(7-2)^3}$  24 كتابة  $(3^2)^3$  باستخدام أس واحد والأساس عدد أولي هي

## ثانياً تطبيق المفاهيم العلمية:

### 3 عبر عن كل من المواقف الآتية بمتباينة مناسبة:

- 1 يجب أن يكون عمرك 18 عامًا على الأقل للحصول على رخصة قيادة.
- 2 يجب ألا تزيد كتلة حقيبة اليد في الطائرة عن 10 كيلو جرامات.
- 3 ينقص سمير 3 ساعات على الأقل يوميًا للمذاكرة.
- 4 تريد داليا شراء هاتف جديد بحيث لا يزيد سعره عن 5000 جنيه.
- 5 يحتاج إيهاب إلى أن يكسب ما لا يقل عن 8000 جنيه شهريًا لتغطية مصاريفه.

4 أوجد في N مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

$$x > -9 \quad 4$$

$$\frac{x}{2} + 6 > 5 \quad 3$$

$$-x + 4 \leq -2 \quad 2$$

$$x + 1 > 1 \quad 1$$

5 أوجد في Z مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

$$1 - 2y > 1 \quad 3$$

$$3x - 2 < 7 \quad 2$$

$$4x + 5 \geq 17 \quad 1$$

$$4x - 2 \geq 2(x + 3) \quad 6$$

$$2x - 1 > x + 2 \quad 5$$

$$27(2a - 5) \leq 81 \quad 4$$

6 أوجد في Q مجموعة الحل لكل من المتباينات الآتية:

$$2(3x - 1) \geq 4x - 3 \quad 3$$

$$2y + 7 \geq 5y - 1 \quad 2$$

$$5(x - 2) \leq 15 \quad 1$$

$$\frac{n}{7} + \frac{11}{14} \leq -\frac{17}{14} \quad 6$$

$$6 - 4(a + 1) \leq 2a \quad 5$$

$$2C + 6 \leq 3 - C \quad 4$$

$$8(1 + C) < 11C + 2 \quad 9$$

$$10 - 3(x + 2) > 5 \quad 8$$

$$3b - 5 < 2(b + 1) \quad 7$$

7 أوجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

$$(-2m)(3mn^4)(-5m^2n) \quad 3$$

$$(-3a^2b)(-4ab^3) \quad 2$$

$$(5x^2y^4)(2x^3y^2) \quad 1$$

$$\frac{1}{2}x(4x^2 - 6x + 8) \quad 6$$

$$-5b^2(b^4 - 2b^2 + 3) \quad 5$$

$$3x(2x^2 - 5x + 4) \quad 4$$

$$(a - 3)(2a + 1) \quad 9$$

$$(2n + 3)(2n - 3) \quad 8$$

$$(x + 2)(x + 3) \quad 7$$

$$(a - 5)^2 \quad 12$$

$$(3x + 2y)(3x - 2y) \quad 11$$

$$(x + 5)(x^2 - 2x + 1) \quad 10$$

$$(2b + 7)^2 \quad 15$$

$$(2n - 3)^2 \quad 14$$

$$(x + 4)^2 \quad 13$$

8 احسب خارج قسمة كل مما يأتي: (علماً بأن المقسوم عليه لا يساوي صفر)

$$(-15y^5) \div (-5y^2) \quad 2$$

$$(12x^3) \div (3x) \quad 1$$

$$(9x^2 + 6x^3) \div (3x) \quad 4$$

$$(36x^5y^4) \div (-9x^3y^2) \quad 3$$

$$(18a^3b^2C - 12a^2bC^2) \div (-6abC) \quad 6$$

$$(-15a^3 + 10a^4) \div (-5a) \quad 5$$

$$(2a + 1) \text{ على } (2a^2 - 3 - 5a) \quad 8$$

$$(x + 2) \text{ على } (x^2 + 5x + 6) \quad 7$$

$$(2n + 3) \text{ على } (4n^2 - 9) \quad 10$$

$$(m - 4) \text{ على } (m^2 - 16) \quad 9$$

$$(4x - 3y) \text{ على } (8x^2 - 2xy - 3y^2) \quad 12$$

$$(y - 2) \text{ على } (y^3 + y^2 - 7y + 2) \quad 11$$

9 اختصر لأبسط صورة كل مما يأتي:

$$(2n - 5)(2n + 5) + 25 \quad 2$$

$$(x + 2)^2 - 4(x + 1) \quad 1$$

$$(a + 2)(a + 5) - a(6 - a) \quad 4$$

$$(x + y)^2 - (x + y)(x - y) \quad 3$$

$$(x + y - 2)(x + y + 2) \quad 6$$

$$(3x - 1)(2x + 5) - 7x^2 + 4 \quad 5$$

10 أوجد في أبسط صورة حاصل الضرب:  $(x - 3)(2x^2 - x + 4)$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما  $x = -1$

11 اختصر لأبسط صورة:  $(a+b)^2 - (a-2b)^2 + a(a-b)$

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما  $a = -1$  ،  $b = 1$

12 إذا كان:  $(x) = ax^n$  فأوجد قيمة  $a + n$

13 أوجد خارج قسمة  $(-2x^2y + 4xy^2 - 6xy)$  على  $-2xy$

14 إذا كان:  $(x^2 - 7 + 2x)$  أحد عاملي المقدار  $x^4 + 49 - 18x^2$  فأوجد العامل الآخر.

15 أوجد قيمة  $k$  التي تجعل  $x^3 - 3x^2 - 25x + k$  يقبل القسمة على  $(x^2 + 4x + 3)$

16 اقس  $(2x^2 + 13x + 15)$  على  $(x + 5)$  ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما  $x = -2$

17 أوجد في  $Q$  مجموعة الحل لكل من المعادلات الآتية:

$$(x+7)(x^2-7x+49)=0 \quad 2$$

$$(x-6)(x+6)=64 \quad 1$$

$$(x+5)^2=(x+4)^2 \quad 4$$

$$x^2(x-1)-(x^3-1)=0 \quad 3$$

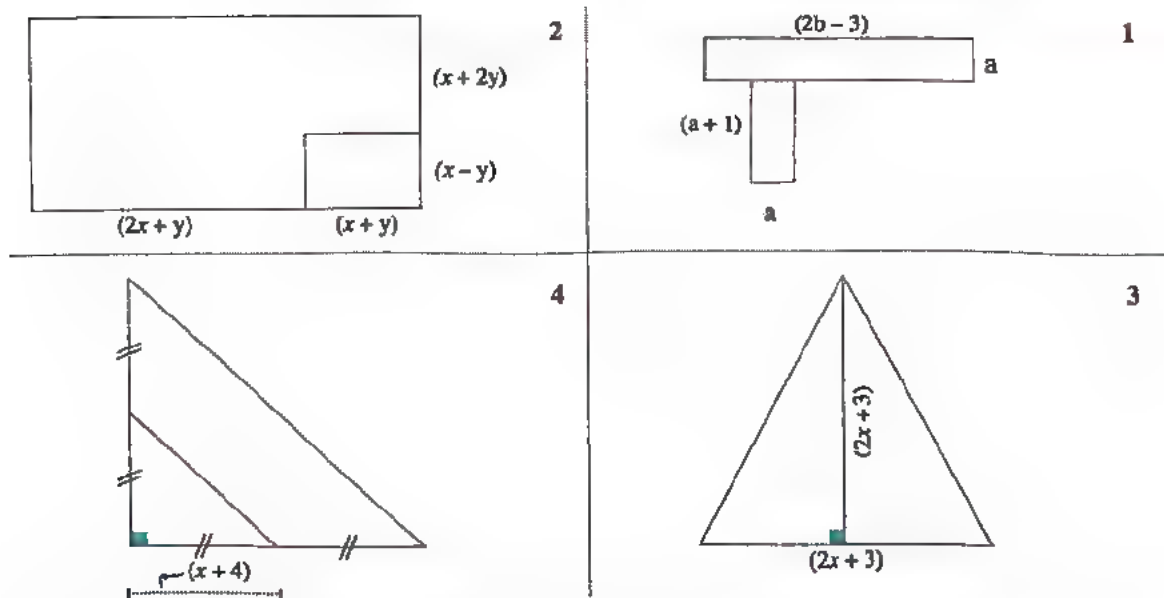
18 إذا كان:  $(x+y)=7$  ،  $(x-y)=3$  فأحسب قيمة  $4x^2-4y^2$

19 إذا كان:  $(a+b)^2=81$  ،  $ab=27$  فأحسب قيمة  $a^2+b^2$

20 احسب باقى طرح  $(2x+y)^2$  من  $(2x-y)^2$

### ثالثاً التحليل وتكامل المواد:

21 أوجد في أبسط صورة المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة الجزء المظلل في كل مما يأتي:



22 إذا زاد طول كل ضلع من أضلاع مربع 3 سم فزادت مساحته بمقدار 51 مستقيماً مربعاً، فما طول ضلع المربع قبل الزيادة؟

23 معين مساحته  $(2x^2 + 15x + 18)$  وحدة مربعة وكان ارتفاعه  $(2x + 3)$  وحدة طول، أوجد طول الضلع بدلالة  $x$  ثم أوجد محيطه عندما  $x = 4$



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 إذا كانت درجة الحرارة  $k$  أقل من 10 تحت الصفر، فأى المتباينات التالية تمثل درجة الحرارة  $k$  ؟  
 (أ)  $k > 10$  (ب)  $k < 10$  (ج)  $k > -10$  (د)  $k < -10$
- 2  $16x^2y^3 = (8xy^2)(\dots\dots\dots)$   
 (أ)  $2y$  (ب)  $2xy$  (ج)  $2x^2y$  (د)  $2xy^2$
- 3 إذا كان:  $(5x-3)^2 = ax^2 + bx + c$ ، فإن:  $b = \dots\dots\dots$   
 (أ) 15 (ب) -15 (ج) 30 (د) -30
- 4  $\frac{20x^2y^3 - 8x^2y^2 + 4xy^2}{4xy^2} = \dots\dots\dots$  (حيث  $x \neq 0, y \neq 0$ )  
 (أ)  $5x^3y^5 - 2x^3y^4$  (ب)  $5xy - 2x - 1$   
 (ج)  $5xy - x + 1$  (د)  $5xy - 2x + 1$
- 5 إذا كان:  $\frac{x-5}{5-x} = a$  حيث  $x \neq 5$  فإن:  $a = \dots\dots\dots$   
 (أ) -5 (ب) 5 (ج) 1 (د) -1

## 2 أكمل كلاً مما يأتي:

- 1 إذا كان:  $a > b$ ،  $k < 0$ ، فإن:  $ak \dots\dots bk$
- 2  $\dots\dots \div (2ab^2) = 5a^2b^3$  (حيث  $a \neq 0, b \neq 0$ )
- 3 إذا كان:  $(x+3)$  أحد عاملي المقدار  $(x^2 - 2x - 15)$  فإن العامل الآخر يساوى  $\dots\dots$

## 3 أجب عما يأتي:

- 1 أوجد مجموعة حل المتباينة:  $3x - 1 \leq 5$   
 إذا كانت مجموعة التعويض: (أ) N (ب) Z (ج) Q
- 2 إسراء تريد شراء فستان جديد سعره على الأقل 300 جبيه، ولديها حالياً 150 جنيهاً، وتوفر 30 جنيهاً أسبوعياً. اكتب متباينة وحلها، ثم أوجد أقل عدد من الأسابيع ستحتاج إليها إسراء لتوفير المال اللازم لشراء الفستان.
- 3 أوجد ناتج ما يأتي:
- (أ)  $4ab \times (-2a^2b) \times 5a^2b^2$  (ب)  $8c^2 \times (-d) \times (\frac{-1}{4}cd^2)$   
 (ج)  $-3a(2ab - 3a)$  (د)  $\frac{1}{2}a^2(4b^2 - 10ab - 6a^2)$
- 4 اختصر لأبسط صورة:  $(2x-1)^2 - (x-3)(x+3)$ ، ثم أوجد قيمة الناتج عندما:  $x = 1$
- 5 إذا كانت مساحة مستطيل تساوى  $(6x^3 - 4x^2)$  وحدة مربعة، وعرضه  $(2x^2)$  وحدة طول. فأوجد طوله عندما  $x = 5$
- 6 أوجد خارج قسمة:  $(x^2 - 5x + 6)$  على  $(x-3)$  (حيث  $x \neq 3$ )



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 يحتاج أحمد إلى مبلغ 50 جنيهًا على الأقل لشراء لعبة ، أى المتباينات الآتية تمثل المبلغ الذى يحتاج إليه أحمد؟  
 (أ)  $x < 50$  (ب)  $x \leq 50$  (ج)  $x > 50$  (د)  $x \geq 50$
- 2  $lM(1 - \dots) = lM + 3l^2M^3$   
 (أ)  $3lM^2$  (ب)  $-3lM^2$  (ج)  $3lM$  (د)  $-3lM$
- 3 إذا كان:  $(x-7)(x+7) = x^2 + bx + c$  فإن  $b = \dots$   
 (أ) 49 (ب) -49 (ج) 0 (د) -14
- 4  $18a^2b^3c^4 + \dots = -6ac^2$  (حيث  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ )  
 (أ)  $3ab^2c$  (ب)  $-3ab^3c^2$  (ج)  $3ab^3c^2$  (د)  $-3ab^2c^2$
- 5 إذا كانت مساحة مستطيل:  $(x^2 + 7x + 12)$  وحدة مربعة وطوله  $(x+4)$  وحدة طول ، فإن عرض المستطيل = ..... وحدة طول.  
 (أ)  $x$  (ب)  $x+2$  (ج)  $x+3$  (د)  $x+4$

## 2 أكمل كلاً مما يأتى:

$$-2a^2b^3 \times 5a^3b = \dots \quad 2 \quad \left( \frac{a^2 - a}{a - 1} \right) \text{ (حيث } a \neq 1 \text{)} = \dots \quad 1$$

$$3 \text{ إذا كان: } (x-y)^2 = 20, xy = 4, \text{ فإن قيمة } x^2 + y^2 \text{ تساوى } \dots$$

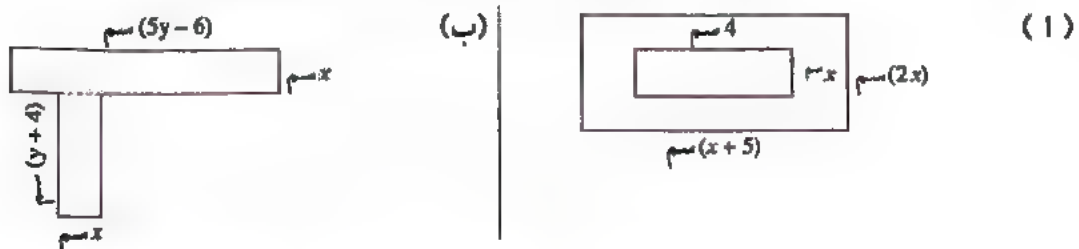
## 3 أجب عما يأتى:

1 أوجد مجموعة الحل في Z لكل من المتباينات الآتية:

$$3(2x-1) < 7x+5 \text{ (ب)} \quad 5x-2 \geq 8 \text{ (أ)}$$

$$\frac{2x}{3} + \frac{1}{2} \leq \frac{5}{6} \text{ (د)} \quad 1 - \frac{1}{2}x > 7 \text{ (ج)}$$

2 أوجد مساحة الجزء المظلل في كل مما يأتى ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما  $x=2, y=3$



3 أوجد ناتج ما يأتى في أبسط صورة: (أ)  $(x-2)(2x+5)$  (ب)  $(3x+7)(3x-7)$  (ج)  $(2a-4)^2$

4 أوجد خارج القسمة في كل مما يأتى: (علمًا بأن المقوم عليه لا يساوى صفرًا)

$$\frac{20x^3y^2 - 10x^2y^2 + 5xy}{-5xy} \text{ (ب)} \quad -48a^3b^2 \div 16ab \text{ (أ)}$$

5 أوجد قيمة k التى نجعل المقدار:  $14x^2 + 15x + k$  يقبل القسمة على  $(2x+1)$  بدون باقى. (حيث  $x \neq -\frac{1}{2}$ )

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أنت من 50%

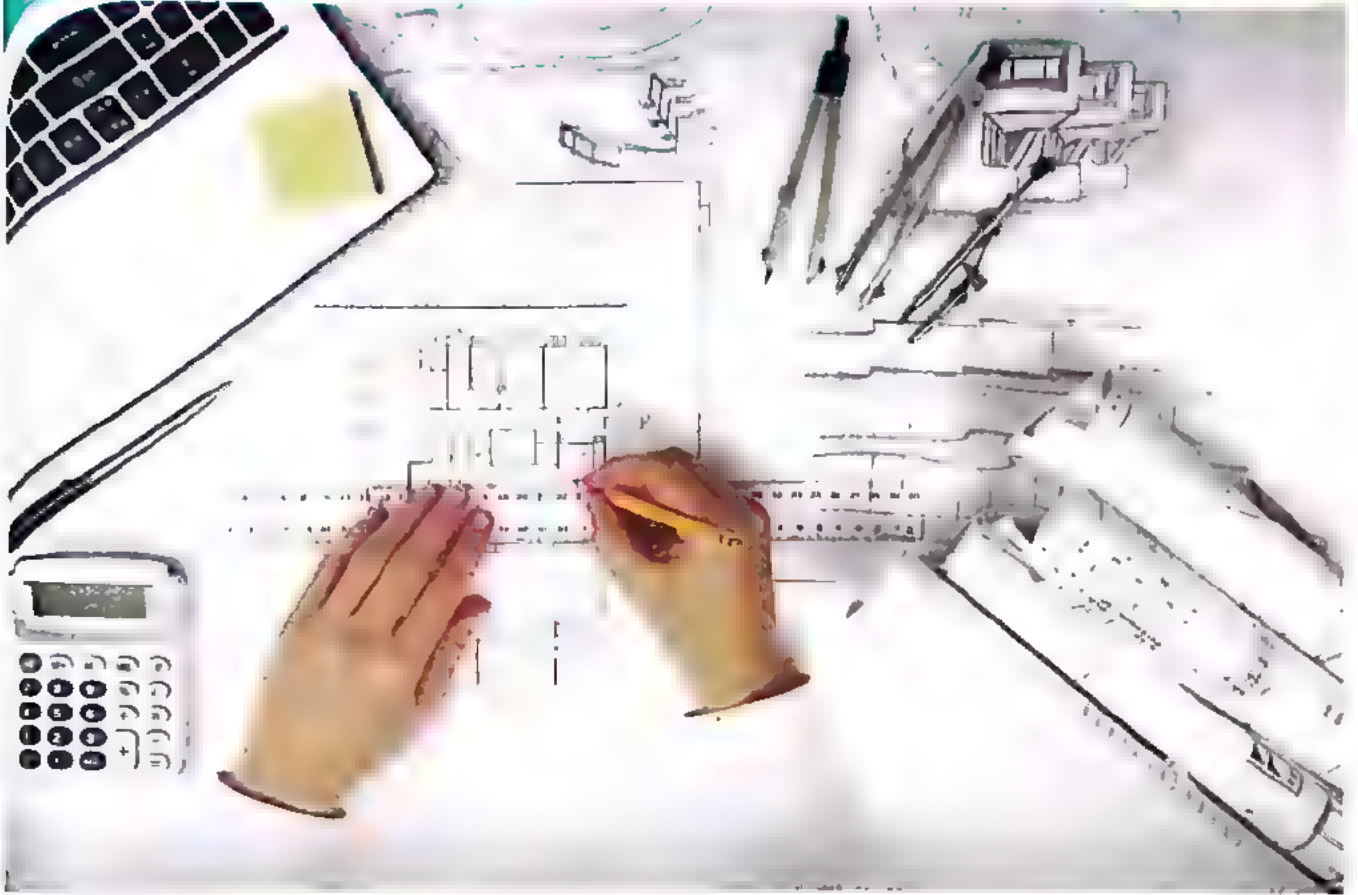
تابع مستلوات

★★★★★



# الهندسة والقياس

3



## ١ دروس الوحدة -

المساحات (Areas)	الدرس الأول:
الإنشاءات الهندسية (Geometrical Constructions)	الدرس الثاني:
التحويلات الهندسية (Geometrical transformations)	الدرس الثالث:
تركيب التحويلات الهندسية (Composite of Geometrical transformations)	الدرس الرابع:

يعتبر العلماء أن التعلم المستمر ضروري لمواكبة التطورات في استخدام الذكاء الاصطناعي بشكل فعال في تصميم وإنتاج الأشكال الهندسية المعقدة.

• فهل يمكن استخدام الذكاء الاصطناعي (AI) في تصميم أشكال هندسية معقدة بصورة سريعة ودقيقة؟

القيم:  
- الأمن والسلامة.  
- الاحترام الآخر.  
- المسؤولية.  
- الانتماء.

القضايا والمهارات الحياتية:  
- التواصل الرياضي.  
- التلمية المستدامة.  
- التكنولوجيا المعلومات.  
- العولمة.  
- الفهم الرياضي.



نواتج التعلم

- أن يتعرف الطالب على مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه.
- أن يتعرف الطالب على مساحة المربع بمعلومية طول قطره.
- أن يوجد مساحة شبه المنحرف.
- أن يستخدم قوانين حساب المساحات في حل المشكلات.

ونرمز للمساحة بالحرف (A)	- ونرمز للمحيط بالحرف (P)
ونرمز لطول ضلع المربع أو المعين بالحرف (S)	- ونرمز لارتفاع الحرف (h)
ونرمز لطول المستطيل بالحرف (l)	
ونرمز لعرض المستطيل بالحرف (W)	
ونرمز لطول القاعدة بالحرف (b)	

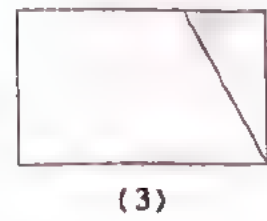
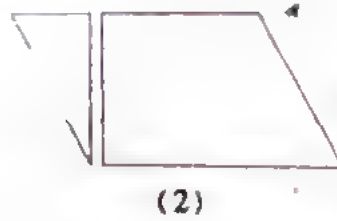
النرمز بالحرف

مساحة (Area)	- محيط (Perimeter)
معين (Rhombus)	- مربع (Square)
شبه منحرف (Trapezium)	

مفردات أساسية

شكر وناقش:





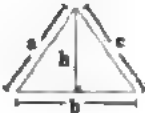
- وحدة المساحة هي مساحة سطح مربع طول ضلعه وحدة قياس الأطوال، ومساحة السطح المستوي هي عدد ما يشتمل عليه هذا السطح من وحدات المساحة.
- إذا قطع متوازي الأضلاع القطعة المثلثية كما بالشكل التالى، وتم تحريك القطعة المقطوعة لتكوين مستطيل بنفس طول القاعدة والارتفاع. فهل متوازي الأضلاع الأصل له نفس مساحة المستطيل؟



فى هذا الدرس، سوف نتعلم كيفية إيجاد مساحات بعض الأشكال الهندسية مثل المربع والمعين وشبه المنحرف مما سيتمكنك من حل مثل هذه المشكلات.

## تعليم 1 محيط ومساحة بعض الأشكال الهندسية :

• سبق أن درست الصيغ الرياضية لإيجاد مساحة ومحيط بعض الأشكال الهندسية، مثل:

الاسم	الشكل	المحيط (P)	المساحة (A)
المربع		$P = 4S$	$A = S^2$
المستطيل		$P = 2(l + W)$	$A = l \times W$
متوازي الأضلاع		$P = 2(b_1 + b_2)$	$A = b_1 \times h_1 = b_2 \times h_2$
المعين		$P = 4S$	$A = S \times h$
المثلث		$P = a + b + c$	$A = \frac{1}{2} \times b \times h$

## مثال 1 أوجد مساحة كل مما يأتي:

- 1 متوازي أضلاع طول قاعدته 6 سم، 2 مربع طول ضلعه 11 سم، 3 مستطيل طوله 14.2 سم، وعرضه 8.4 سم.

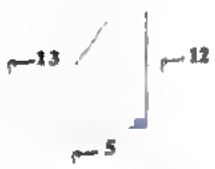
### الحل

- 1 ∴ مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.  
∴  $A = b \times h$   
∴  $A = 6 \times 5 = 30$   
∴ مساحة متوازي الأضلاع = 30 سنتيمتراً مربعاً.
- 2 ∴ مساحة المربع = (طول الضلع)<sup>2</sup>  
∴  $A = S^2 = (11)^2 = 121$   
∴ مساحة المربع = 121 سنتيمتراً مربعاً.
- 3 ∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض  
∴  $A = l \times W = 14.2 \times 8.4 = 119.28$   
∴ مساحة المستطيل = 119.28 سنتيمتراً مربعاً.

## مثال 2

- 1 أوجد مساحة معين محيطه 40 سم، وارتفاعه 6 سم.

### الحل

- 2 في الشكل المقابل:  
أوجد مساحة المثلث، ثم أوجد محيطه.
- 
- 1 ∴  $P = 4S$   
∴  $S = \frac{P}{4} = \frac{40}{4} = 10$   
∴ طول الضلع = 10 سم  
∴  $A = S \times h$   
∴  $A = 10 \times 6 = 60$   
∴ مساحة المعين = 60 سنتيمتراً مربعاً
  - 2 ∴  $A = \frac{1}{2} \times b \times h$   
∴  $A = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$   
∴ مساحة المثلث = 30 سنتيمتراً مربعاً  
∴  $P = 5 + 12 + 13 = 30$   
∴ محيط المثلث = 30 سم

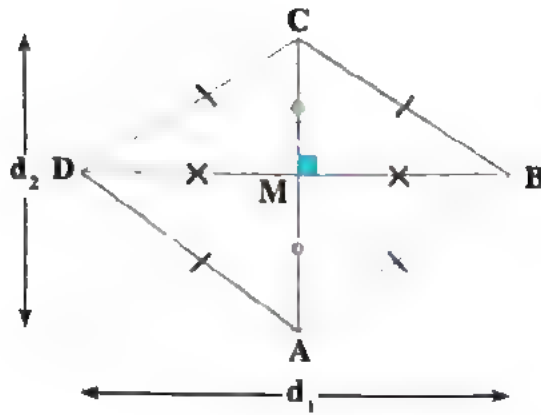
## سؤال 1

- 1 أوجد محيط ومساحة المربع الذي طول ضلعه 7 سم.
- 2 متوازي أضلاع مساحته 30 سنتيمتراً مربعاً وطول قاعدته 6 سم، أوجد الارتفاع المناظر لهذه القاعدة.



## تعلم 2 مساحة المعين بمعلومية طولى قطريه ،

مساحة المعين ، ABCD



$$\begin{aligned}
 & \text{مساحة المثلث CBD} + \text{مساحة المثلث ABD} = \\
 & = \left[ \frac{1}{2} \times BD \times AM \right] + \left[ \frac{1}{2} \times BD \times CM \right] \\
 & = \frac{1}{2} \times BD (AM + CM) \quad \text{خاصية التوزيع} \\
 & = \frac{1}{2} \times BD \times AC \\
 & \therefore \text{مساحة المعين} = \frac{1}{2} \times \text{حاصل ضرب طولى قطريه} \\
 & \therefore A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2
 \end{aligned}$$

## نقاط هامة

- المعين هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان في الطول.
- أضلاع المعين متساوية في الطول.
- قطرا المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

وحدات قياس الطول :

فى النظام الإنجليزى

فى النظام المترى

- 1 سم = 10 مم
- 1 ديسم = 10 سم
- 1 ندم = 12 بوصة
- 1 ياردة = 36 بوصة = 3 أقدام
- 1 متر = 100 سم
- 1 كم = 1000 متر
- 1 ميل = 1760 ياردة = 5280 قدما

**مثال** معين طولاً قطريه 8 أقدام، 10 أقدام، أوجد مساحته.

**الحل**

$\therefore$  مساحة المعين =  $\frac{1}{2}$  حاصل ضرب طولى قطريه.

$$\therefore A = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$$

$\therefore$  مساحة المعين = 40 قدماً مربعاً.

**مثال** معين محيطه 20 بوصة، وارتفاعه 4.8 بوصة، وطول أحد قطريه 8 بوصات، أوجد طول القطر الآخر.

**الحل**

$\therefore$  محيط المعين = 20 بوصة

$\therefore$  مساحة المعين = طول الضلع  $\times$  الارتفاع

$$24 = 4.8 \times 5 =$$

$$\therefore 24 = \frac{1}{2} \times 8 \times d_2$$

$$\therefore d_2 = \frac{24}{4} = 6$$

أى أن طول القطر الآخر = 6 بوصات.

$\therefore$  طول ضلع المعين =  $\frac{20}{4} = 5$  بوصات

$$\therefore A = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$

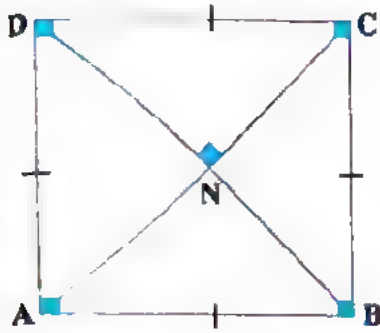
$$\therefore 24 = 4d_2$$

## سؤال 2

معين مساحته 36 قدماً مربعاً، وطول أحد قطريه 8 أقدام، أوجد طول القطر الآخر.

### تعلم 3 مساحة المربع بمعلومية طول قطره

∴ المربع هو معين قطراه متساويان في الطول. ∴ مساحة المربع =  $\frac{1}{2} \times \text{طول القطر} \times \text{طول القطر}$ .



أي أن: مساحة المربع =  $\frac{1}{2} \times \text{طول القطر}$

ويفرض مساحة المربع A وطول قطره d يكون:  $A = \frac{1}{2} d^2$

**فمثلاً:** إذا كان مربع طول قطره 10 سم، فإن مساحته بالسنتيمتر المربع هي:

$$A = \frac{1}{2} \times (10)^2 = \frac{1}{2} \times 100 = 50$$

أي أن: المساحة = 50 سنتيمترًا مربعًا.

### مثال 5

أيها أكبر طولاً طول مستطيل مساحته 36 سنتيمترًا مربعًا، وعرضه 4 سم أو طول قطر مربع مساحته 50 سنتيمترًا مربعًا.

**الحل**

∴ مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$\therefore \text{طول المستطيل} = \frac{\text{المساحة}}{\text{العرض}} = \frac{36}{4} = 9 \text{ سم}$$

∴ مساحة المربع =  $\frac{1}{2} \times \text{مربع قطره}$

$$\therefore A = \frac{1}{2} d^2$$

$$\therefore 50 = \frac{1}{2} d^2$$

$$\therefore d^2 = 100$$

$$\therefore d = \sqrt{100} = 10$$

∴ طول قطر المربع < طول المستطيل

∴ طول قطر المربع = 10 سم

### مثال 6

مربع طول قطره 12 قدمًا، ومتوازي أضلاع طول قاعدته 15 قدمًا والارتفاع المناظر لها 9 أقدام.

أوجد مجموع مساحتيهما بالياردة المربعة. (علمًا بأن: الياردة = 3 أقدام).

**الحل**

∴ طول قطر المربع = 12 قدمًا =  $\frac{12}{3} = 4$  ياردات

∴ مساحة المربع =  $\frac{1}{2} \times \text{مربع طول قطره}$

$$\therefore A = \frac{1}{2} d^2 = \frac{1}{2} (4)^2 = 8$$

∴ مساحة المربع = 8 ياردات مربعة.

∴ طول قاعدة متوازي الأضلاع =  $\frac{15}{3} = 5$  ياردات، الارتفاع =  $\frac{9}{3} = 3$  ياردات.

∴ مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة × الارتفاع المناظر لها.

$$\therefore A = 3 \times 5 = 15$$

∴ مساحة متوازي الأضلاع = 15 ياردة مربعة. ∴ مجموع المساحتين = 15 + 8 = 23 ياردة مربعة.

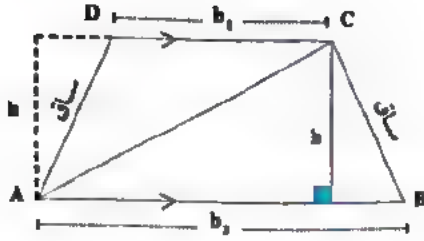
### سؤال 3

1 أوجد: طول قطر المربع الذي مساحته 32 سنتيمترًا مربعًا.

2 أيها أكبر في المساحة: مربع طول قطره 8 سم أم معين طولاً قطريه 5 سم، 12 سم؟

3 أوجد: طول قطر المربع الذي مساحته تساوي مساحة معين طولاً قطريه 4 أمتار، 16 مترًا.

#### تعلم 4 مساحة شبه المنحرف



**شبه المنحرف**، هو شكل رباعي فيه ضلعان فقط متوازيان وغير متساويين في الطول، ويسميان القاعدة الصغرى والقاعدة الكبرى، ويسمى كل ضلع من الضلعين غير المتوازيين ساقًا.

في الشكل المقابل: • شبه المنحرف له ارتفاع (h) وهو المسافة العمودية بين قاعدتيه.

• مساحة شبه المنحرف ABCD = مساحة المثلث ADC + مساحة المثلث CAB

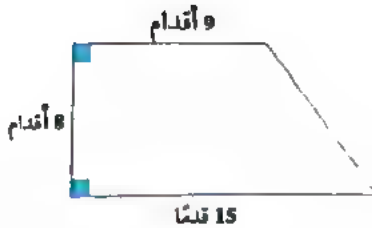
$$\triangleright = \frac{1}{2} \times b_1 \times h + \frac{1}{2} \times b_2 \times h = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h \quad \text{خاصية التوزيع:}$$

أي أن: مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2}$  مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين  $\times$  الارتفاع

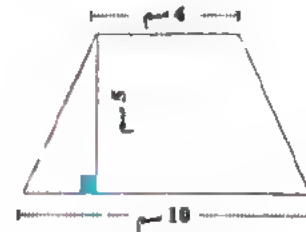
$$\triangleright A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

#### مثال 7

احسب مساحة شبه المنحرف في كل مما يأتي:



2



1

الحل

$$\triangleright \because A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$= \frac{1}{2} (9 + 15) \times 8 = 96$$

مساحة شبه المنحرف = 96 قدمًا مربعًا

$$\triangleright \because A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$= \frac{1}{2} (4 + 10) \times 5 = 35$$

مساحة شبه المنحرف = 35 سنتيمترًا مربعًا

أي أن:

أي أن:



**القاعدة المتوسطة لشبه المنحرف**

هي القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ساقيه.

• طول القاعدة المتوسطة =  $\frac{1}{2}$  مجموع طولي القاعدتين المتوازيتين.

$$\triangleright b = \frac{1}{2} (b_1 + b_2)$$

وبالتالي: تكون مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة  $\times$  الارتفاع

فمثلاً: في الشكل المقابل: مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة  $\times$  الارتفاع

$$\triangleright A = 8 \times 5 = 40$$

أي أن: مساحة شبه المنحرف = 40 بوصة مربعة



## مثال 8

شبه منحرف مساحته 105 بوصات مربعة، وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 15 بوصة، وارتفاعه 10 بوصات. أوجد طول قاعدته الأخرى بالسنتيمتر. (علماً بأن: البوصة = 2.54 سم)

**الحل**

$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore 105 = \frac{1}{2} (15 + b_2) \times 10$$

$$\therefore 15 + b_2 = \frac{105 \times 2}{10}$$

$$\therefore 15 + b_2 = 21$$

$$\therefore b_2 = 21 - 15 = 6$$

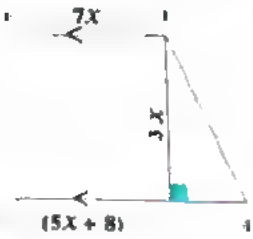
$\therefore$  طول القاعدة الأخرى = 6 بوصات.

$$15.24 = 2.54 \times 6 =$$

## مثال 9

في الشكل المقابل: أوجد مساحة شبه المنحرف بدلالة  $x$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما  $x = 2$

**الحل**



$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} (7x + 5x + 8) \times 3x = \frac{1}{2} (12x + 8) \times 3x$$

$$\therefore A = (6x + 4) \times 3x = 18x^2 + 12x$$

$$\therefore A = 18(2)^2 + 12 \times 2 = 96$$

عندما  $x = 2$

$\therefore$  مساحة شبه المنحرف = 96 وحدة مساحة.

## مثال 10

في الشكل المقابل: احسب مساحة شبه المنحرف ABEF إذا كان: ABCD مربعاً طول قطره 10 سم.

**الحل**

نرسم القطر AC يقطع BD في M

$\therefore$  الشكل ABCD مربعاً

$\therefore$  القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

$$\therefore \overline{BD} \perp \overline{CA}$$

$$\therefore h = AM = 5$$

$\therefore$  ارتفاع شبه المنحرف ABEF وطول قاعدته الكبرى  $BE = 11 + 10 = 21$  مستقيماً

$\therefore$  مساحة شبه المنحرف ABEF = 70 مستقيماً مربعاً

$$\therefore A = \frac{1}{2} (7 + 21) \times 5 = 14 \times 5 = 70 \text{ (لأن: )}$$

## سؤال 4

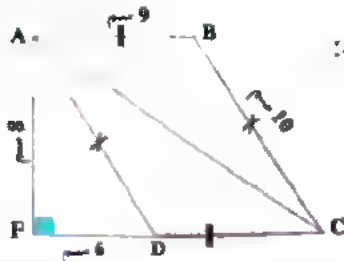
استخدم الشكل المقابل والقياسات الموضحة عليه في إيجاد مساحات الأشكال الآتية:

② المثلث ABC

① المثلث AFD

④ شبه المنحرف ABCF

③ متوازي الأضلاع ABCD



## مثال 11

شبه منحرف مساحته 180 مستقيماً، وارتفاعه 12 سم، والنسبة بين طولي قاعدتيه 2 : 3 فما طول كل منهما؟

**الحل**

نفرض أن طول القاعدة الصغرى =  $2x$ ، فيكون طول القاعدة الكبرى =  $3x$

$$\therefore A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$$

$$\therefore 180 = \frac{1}{2}(2x + 3x) \times 12$$

$$\therefore x = \frac{30}{5} = 6$$

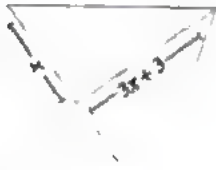
$$\therefore 5x \times 6 = 180$$

$$\therefore 5x = \frac{180}{6} = 30$$

$\therefore$  طول القاعدة الصغرى =  $6 \times 2 = 12$  مستقيماً  
 ، طول القاعدة الكبرى =  $6 \times 3 = 18$  مستقيماً

## مثال 12

في الشكل المقابل: أوجد مساحة المربع التالي بدلالة  $x$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عند  $x = 7$



**الحل**

$\therefore$  طولا قطري المربع هما:  $2x$ ،  $6x+6$

$$\therefore A = \frac{1}{2} \times 2x \times (6x+6) = 6x^2 + 6x$$
 وحدة مساحة

$\therefore$  القيمة العددية للمساحة عندما  $x = 7$

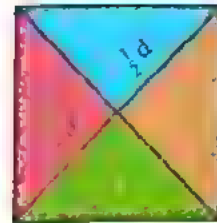
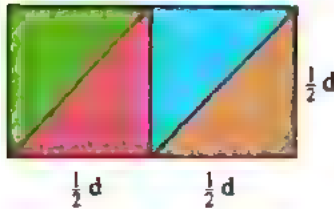
$$A = 6 \times (7^2) + 6 \times 7 = 294 + 42 = 336$$
 وحدة مساحة

## معلومة إضافية

1 عند استنتاج قانون مساحة المربع بمعلومية طول قطره عن طريق النمذجة نقوم بالآتي:

(ب) قص المربع ثم أعد لصقه.

(أ) ارسم المربع كما يلي:

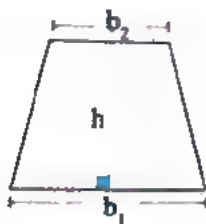
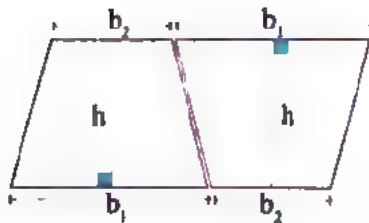


$$\therefore A = \frac{1}{2} d \times d = \frac{1}{2} d^2$$
  $\therefore$  مساحة المربع تساوي مساحة المستطيل

2 عند استنتاج قانون مساحة شبه المنحرف عن طريق النمذجة نقوم بالآتي:

(أ) ارسم متوازي أضلاع طول قاعدته  $(b_1 + b_2)$ ، وارتفاعه  $h$ .

ثم اقطعه إلى جزأين كما بالشكل المقابل.



(ب) سوف نحصل على شكلين كل منهما شبه منحرف كما بالشكل المقابل.

مساحة شبه المنحرف تساوي نصف مساحة متوازي الأضلاع

$\therefore$  مساحة متوازي الأضلاع = طول القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$h \times (b_1 + b_2) =$$

$$\therefore A = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \times h$$
  $\therefore$  مساحة شبه المنحرف:



### 1 احتر الإجابة الصحيحة

- 1 مساحة المربع الذي طول ضلعه 4 سم تساوي
 

(أ) 4	(ب) 8	(ج) 16	(د) 6
-------	-------	--------	-------
- 2 مساحة المربع الذي محيطه يساوي 20 سم تساوي
 

(أ) 20	(ب) 4	(ج) 10	(د) 25
--------	-------	--------	--------
- 3 مساحة المستطيل الذي طوله 5 سم، عرضه 6 سم تساوي
 

(أ) 11	(ب) 22	(ج) 30	(د) 15
--------	--------	--------	--------
- 4 مساحة متوازي الأضلاع الذي طول قاعدته 10 سم، الارتفاع المناظر لها يساوي 4 سم تساوي
 

(أ) 20	(ب) 10	(ج) 40	(د) 28
--------	--------	--------	--------
- 5 مساحة المعين الذي طول ضلعه 6 سم، وارتفاعه 8 سم تساوي
 

(أ) 12	(ب) 24	(ج) 48	(د) 14
--------	--------	--------	--------
- 6 مساحة المثلث الذي طول قاعدته 8 سم، وارتفاعه المناظر لها 10 سم تساوي
 

(أ) 40	(ب) 20	(ج) 80	(د) 18
--------	--------	--------	--------
- 7 هو متوازي أضلاع فيه فقط ضلعان متجاوران متساويان في الطول.
 

(أ) المربع	(ب) المعين	(ج) المستطيل	(د) شبه المنحرف
------------	------------	--------------	-----------------
- 8 مساحة المربع الذي طول قطره 8 سم تساوي
 

(أ) 4	(ب) 64	(ج) 16	(د) 32
-------	--------	--------	--------
- 9 طول قطر المربع الذي مساحته 18 سنتيمتراً مربعاً يساوي
 

(أ) 6	(ب) 12	(ج) 9	(د) 8
-------	--------	-------	-------
- 10 إذا كان طول قطر مربع هو 10 بوصات، فإن مساحته تساوي
 

(أ) 50	(ب) 100	(ج) 127	(د) 322.58
--------	---------	---------	------------
- 11 إذا كان طول قطر مربع هو 12.7 سم، فإن مساحته تساوي
 

(أ) 31.75	(ب) 12.5	(ج) 80.645	(د) 156.25
-----------	----------	------------	------------
- 12 إذا كان معين طولاً قطريه 8 سم، 12 سم فإن مساحته =
 

(أ) 48	(ب) 24	(ج) 12	(د) 96
--------	--------	--------	--------
- 13 إذا كان معين مساحته 30 سنتيمتراً مربعاً، فإن حاصل ضرب طول قطريه =
 

(أ) 15	(ب) 30	(ج) 60	(د) 120
--------	--------	--------	---------

## 1 اختر الإجابة الصحيحة

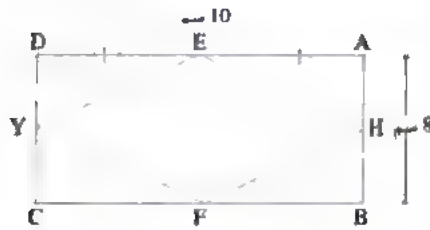
- 1 مساحة المعين الذي طولاً قطريه 7 سم، 10 سم تساوى مستقيماً مربعاً.
- (أ) 13 (ب) 70 (ج) 35 (د) 140
- 2 مساحة المربع الذي طول قطره 8 سم تساوى مستقيماً مربعاً.
- (أ) 64 (ب) 32 (ج) 16 (د) 8
- 3 مساحة شبه المنحرف الذي طولاً قاعدتيه المتوازيين هما 5 سم، 15 سم، وارتفاعه 8 سم تساوى مستقيماً مربعاً.
- (أ) 20 (ب) 160 (ج) 40 (د) 80
- 4 إذا كانت مساحة معين هي 12 مستقيماً مربعاً، وطول ضلعه 4 سم، فإن ارتفاعه يساوى سم.
- (أ) 3 (ب) 6 (ج) 12 (د) 8
- 5 إذا كانت مساحة شبه منحرف 40 مستقيماً مربعاً، وارتفاعه 10 سم، فإن طول قاعدته المتوسطة يساوى سم.
- (أ) 4 (ب) 8 (ج) 2 (د) 20

## 2 أكمل ما يأتي

- 1 طول قطر المربع الذي مساحته 242 مستقيماً مربعاً يساوى
- 2 إذا كانت مساحة معين هي 60 مستقيماً مربعاً، وطول أحد أقطاره 20 سم، فإن طول القطر الآخر يساوى
- 3 مساحة شبه المنحرف الذي ارتفاعه 11 سم، ومجموع طولي القاعدتين المتوازيين 18 سم تساوى

## 3 أجب عما يأتي

- 1 ما الفرق بين مساحة مربع طول قطره 24 سم، ومعين طولي قطريه 12 سم، 14 سم.
- 2 معين طولاً قطريه هما (4x) سم، (x+5) سم، أوجد مساحته بدلالة x، ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما x = 1



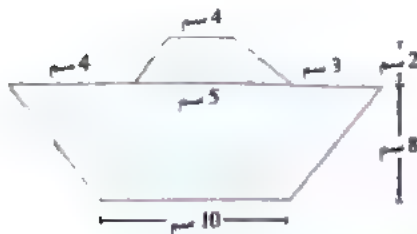
## 3 في الشكل المقابل:

EHFY معين مرسوم بداخل المستطيل ABCD

أوجد مساحة المنطقة المظللة.

## 4 في الشكل المقابل:

- قام أحد الطلاب بتصميم نموذج لمركب من الكرتون، كما هو موضح بالشكل.
- احسب مساحة الكرتون المستخدم لصنع هذا النموذج.



85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مسلتواك

★★★★★



تحتاج لتعلم

- ينصف الطالب زاوية.
- يرسم الطالب مثلثًا بمعلومية طولي ضلعين وقياس الزاوية المحصورة.
- يرسم الطالب مثلثًا بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما.
- يرسم الطالب مضلعًا منتظمًا حتى ستة أضلاع بمعلومية طول ضلعه.



- إنشاء هندسي (Geometric Construction) - زاوية (Angle) - منصف (Bisector)  
- قطعة مستقيمة (Line Segment) - مثلث (Triangle)

مفردات أساسية

مهم للتعلم

سبق أن درست منصف الزاوية وهو الشعاع الذي يقسم الزاوية إلى زاويتين متساويتين في القياس.

فمثلاً: في الشكل المقابل:

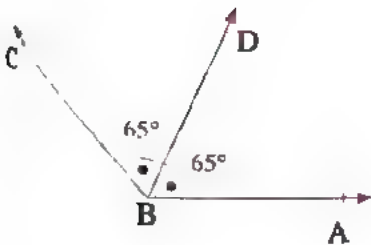
$$m(\angle ABC) = 130^\circ$$

الشعاع  $\overrightarrow{BD}$  ينصف  $\angle B$

لذا فإن:

$$m(\angle ABD) = m(\angle DBC) = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

هل يمكن رسم منصف لزاوية معلومة باستخدام المسطرة والفرجار؟



في هذا الدرس سوف نتعلم كيفية استخدام الأدوات الهندسية (المسطرة والفرجار) في إجراء بعض الإنشاءات الهندسية مما سيتمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.

- لرسم (إنشاء) منصف لزاوية غير معلوم قياسها مثل  $\angle ABC$  : باستخدام المسطرة والفرجار نتبع الخطوات التالية
- 1 بفرض أن لدينا  $\angle ABC$  غير معلوم قياسها كما بالشكل التالي:
  - 2 نركز سن الفرجار عند رأس الزاوية B ونبثقة مناسبة نرسم قوساً يقطع  $\overrightarrow{BA}$  في D ،  $\overrightarrow{BC}$  في E كما بالشكل التالي:

C

C

E

B D A

B D A

- 3 نركز سن الفرجار عند كل من D ، E ونبثق الفتحة أو بفتحة أخرى مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان في نقطة M كما بالشكل التالي:
- 4 نرسم  $\overrightarrow{BM}$  فيكون هو الشعاع المنصف لـ  $\angle ABC$  كما بالشكل التالي:

- 3 نركز سن الفرجار عند كل من D ، E ونبثق الفتحة أو بفتحة أخرى مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان في نقطة M كما بالشكل التالي:
- 4 نرسم  $\overrightarrow{BM}$  فيكون هو الشعاع المنصف لـ  $\angle ABC$  كما بالشكل التالي:

C

C

E M

E M

B D A

B D A

$$m(\angle ABM) = m(\angle CBM) = \frac{1}{2} m(\angle ABC)$$

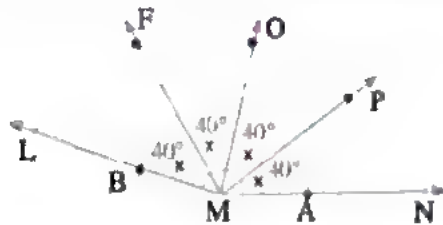
**مثال 1** ارسم زاوية LMN قياسها  $160^\circ$  ثم قسمها إلى أربع زوايا متساوية في القياس مستخدماً المسطرة والفرجار، وتأكد بالقياس أن قياس كل زاوية من الزوايا الأربع الناتجة هو  $\frac{1}{4} m(\angle LMN)$

**الحل**

- 1 نرسم  $\angle LMN$  بالقياس المعطى ثم نركز سن الفرجار في رأس الزاوية M ونبثقة مناسبة نرسم قوساً يقطع  $\overrightarrow{ML}$  في B ،  $\overrightarrow{MN}$  في A
- 2 نركز سن الفرجار عند كل من B ، A ونبثق الفتحة أو بفتحة أخرى مناسبة نرسم قوسين يتقاطعان في نقطة O ثم نرسم  $\overrightarrow{MO}$  فيكون هو الشعاع المنصف لـ  $\angle LMN$



- 3 نصف  $\angle OMN$  بنفس خطوات 1 ، 2 فيكون  $\overrightarrow{MP}$  نصف زاوية OMN
- 4 نصف  $\angle OML$  بنفس خطوات 1 ، 2 فيكون  $\overrightarrow{MF}$  نصف زاوية LMO



باستخدام المنقلة نجد أن قياس كل زاوية من قياسات الزوايا الأربع الناتجة هو  $40^\circ$ ؛ [أي تساوي  $\frac{1}{4} m(\angle LMN)$ ]

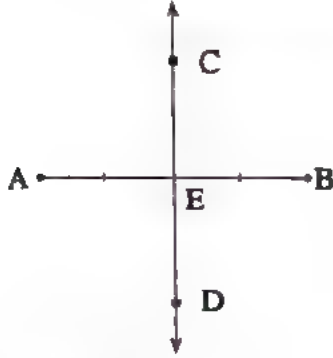
**سؤال 1**

ارسم  $\angle ABC$  قياسها  $70^\circ$  ثم نصفها مستخدماً المسطرة والفرجار. تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

## تعلم 2 تصنيف قطعة مستقيمة:

لتنصيف قطعة مستقيمة مثل  $\overline{AB}$  نتبع الخطوات التالية:

- 1 نرسم قطعة مستقيمة  $\overline{AB}$  باستخدام المسطرة، ثم نركز بسن الفرجار عند النقطة A ونفتح الفرجار فتحة مناسبة (أكبر من  $\frac{1}{2}AB$ )، ثم نرسم قوسين من دائرة في جهتي  $\overline{AB}$  كما بالشكل التالي:
- 2 نركز في نقطة B، وننفس الفتحة السابقة نرسم قوسين يتقاطعان مع القوسين السابقين في C، D، كما بالشكل التالي:
- 3 نرسم  $\overleftrightarrow{CD}$  ليقطع  $\overline{AB}$  في E فتكون النقطة E منتصف  $\overline{AB}$  كما بالشكل التالي:



- $AE = BE$
- $AC = BC, AD = BD$

A ————— B

D

A ————— B

• عند تنصيف القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$  بالفرجار يجب أن تكون  $AC > \frac{1}{2}AB$

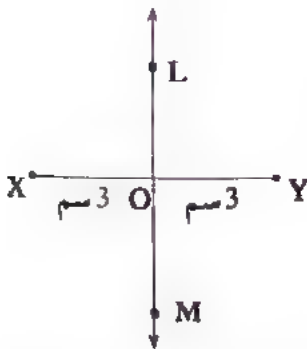
## • لاحظان

- استخدام الفرجار والمسطرة في تنصيف الزوايا والقطع المستقيمة هو إحدى الوسائل الدقيقة في التنصيف،
- مهما كانت قياسات الزوايا وأطوال القطع المستقيمة.

**مثال 2** ارسم قطعة مستقيمة  $\overline{XY}$  طولها 6 سم ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار في نقطة O مع توضيح خطوات الحل، ثم تأكد باستخدام المسطرة أن O منتصف  $\overline{XY}$

**الحل**

- 1 نستخدم المسطرة ونرسم قطعة مستقيمة  $\overline{XY}$  طولها 6 سم ثم نركز بسن الفرجار عند النقطة X، ويفتحة أكبر من نصف طول  $\overline{XY}$  نرسم قوسين في جهتين مختلفتين من  $\overline{XY}$ .
- 2 بنفس الفتحة نركز عند Y ونرسم قوسين يتقاطعان مع القوسين السابقين في M، L.
- 3 نرسم  $\overleftrightarrow{LM}$  ليقطع  $\overline{XY}$  في نقطة O فتكون  $XO = YO$  ويكون طول كل منهما 3 سم؛ أي أن O منتصف  $\overline{XY}$



X ————— Y

M

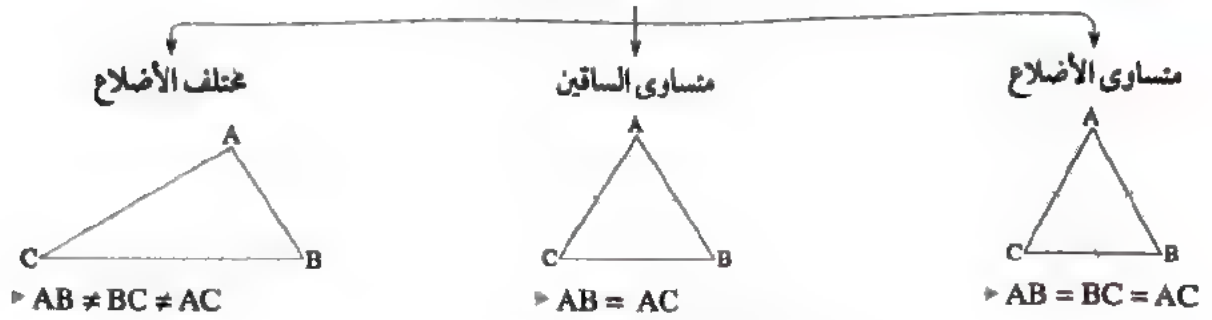
X ————— Y  
6 سم

## سؤال 2

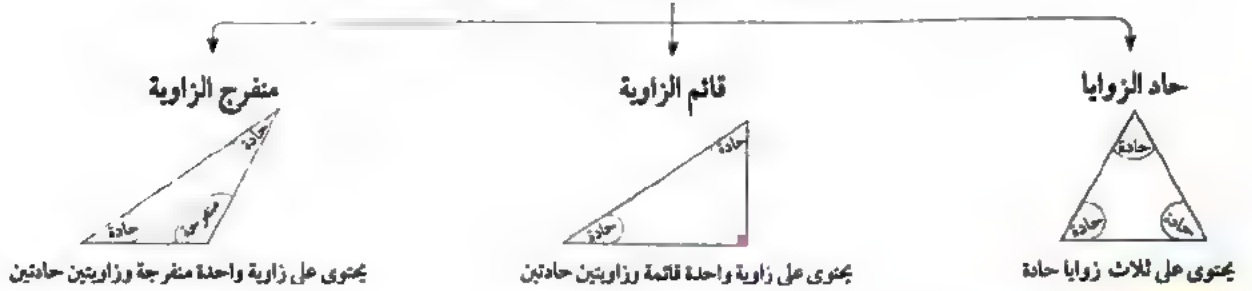
ارسم قطعة مستقيمة  $\overline{AB}$  طولها 4 سم؛ ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار في نقطة E مع توضيح خطوات الحل.



## 1 نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه



## 2 نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه



## تعلم 3 رسم المثلث:

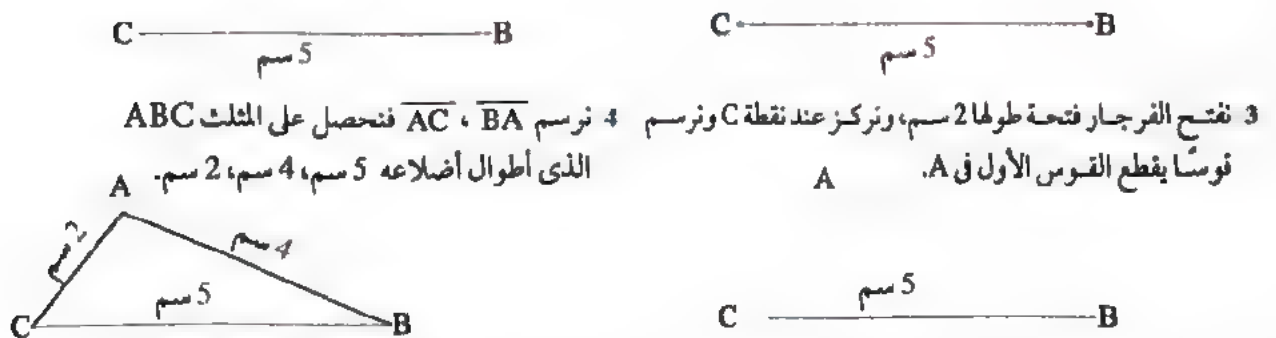
## أولاً رسم المثلث بمعلومية أطوال أضلاعه:

سبق لك أن تعلمت كيفية رسم مثلث بمعلومية أطوال أضلاعه ونذكرك به فيما يلي:

**مثال 3** ارسم المثلث ABC الذي فيه طول  $\overline{AB}$  يساوي 4 سم، وطول  $\overline{BC}$  يساوي 5 سم، وطول  $\overline{AC} = 2$  سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

الحل

1 نستخدم المسطرة لرسم قطعة مستقيمة  $\overline{BC}$  طولها 5 سم      2 نفتح الفرجار فتحة طولها 4 سم، نركز عند نقطة B ونرسم قوساً.



باستخدام المنقلة نقيس كل زاوية في المثلث ABC فنجد أن: قياس زاوية C يساوي تقريباً  $50^\circ$ ، قياس زاوية B يساوي تقريباً  $22^\circ$ ، قياس زاوية A يساوي تقريباً  $108^\circ$ ، فيكون المثلث منفرج الزاوية.

## سؤال 3

مستخدماً المسطرة والفرجار ارسم المثلث ABC الذي فيه طول  $\overline{AB}$  يساوي 3.5 سم، طول  $\overline{BC}$  يساوي 5 سم، طول  $\overline{AC}$  يساوي 4.5 سم، ثم حدد نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

## ثاني) رسم مثلث بمعلومية طولى ضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما:

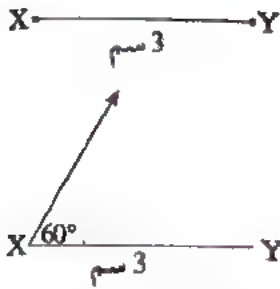
**مثال 4** ارسم المثلث XYZ الذي فيه:  $XY = XZ = 3$  سم،  $m(\angle X) = 60^\circ$  وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

**الحل**

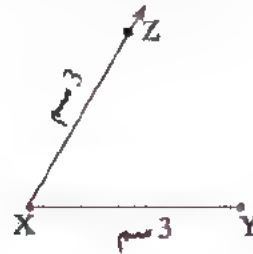
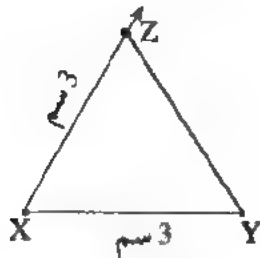
لرسم المثلث XYZ نتبع الخطوات الآتية:

1 نستخدم المسطرة ونرسم قطعة مستقيمة  $\overline{XY}$  طولها 3 سم

2 نستخدم المنقلة ومن نقطة X نعين زاوية قياسها  $60^\circ$  ثم نرسم شعاعاً يحدد الزاوية.



3 نفتح الفرجار فتحه طولها 3 سم، ثم نركز في X ونرسم قوساً يقطع  $\overline{YZ}$  فنحصل على المثلث XYZ الشعاع المرسوم في نقطة Z فيكون طول  $\overline{XZ}$  يساوي 3 سم



نستخدم المسطرة لإيجاد طول  $\overline{YZ}$  فنجد أنه يساوي 3 سم؛ أي أن المثلث XYZ متساوي الأضلاع.

## ثالثاً) رسم مثلث بمعلومية قياس زاويتين وطول الضلع المرسوم بين رأسيهما:

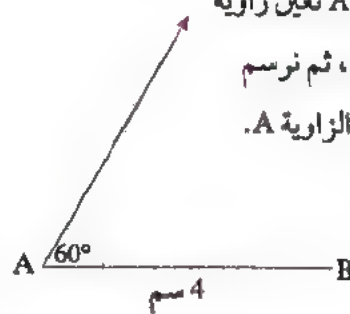
**مثال 5** ارسم المثلث ABC الذي فيه:  $m(\angle A) = 60^\circ$ ،  $m(\angle B) = 40^\circ$ ، طول  $\overline{AB}$  يساوي 4 سم وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه وكذلك بالنسبة لقياسات زواياه.

**الحل**

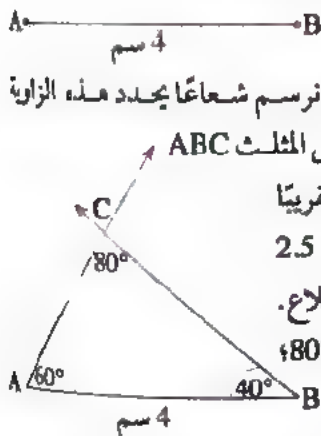
لرسم المثلث ABC الذي فيه  $m(\angle A) = 60^\circ$ ،  $m(\angle B) = 40^\circ$ ،  $AB = 4$  سم نتبع الخطوات الآتية:

1 نرسم القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$  وطولها 4 سم

2 من نقطة A نعين زاوية قياسها  $60^\circ$ ، ثم نرسم شعاعاً يحدد الزاوية A.



3 من نقطة B نعين زاوية قياسها  $40^\circ$  ثم نرسم شعاعاً يحدد هذه الزاوية ويقطع الشعاع الأول في C فنحصل على المثلث ABC بالقياس نجد أن طول  $\overline{BC}$  يساوي تقريباً 3.5 سم، طول  $\overline{AC}$  يساوي تقريباً 2.5 سم. أي أن المثلث ABC مختلف الأضلاع. بالقياس نجد: قياس زاوية C يساوي  $80^\circ$ ؛ أي أن المثلث ABC حاد الزوايا.



## سؤال 4

① ارسم المثلث ABC الذي فيه طول  $\overline{AB}$  يساوي 4.5 سم، طول  $\overline{AC}$  يساوي 3 سم،  $m(\angle A) = 72^\circ$

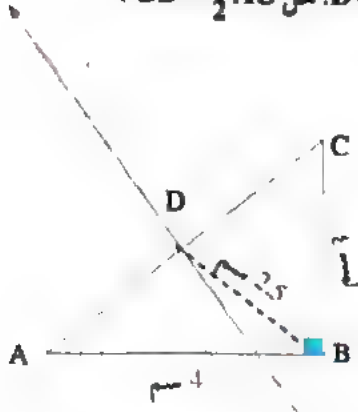
② ارسم المثلث LMN الذي فيه  $m(\angle L) = 60^\circ$ ،  $m(\angle M) = 45^\circ$ ، طول  $\overline{LM}$  يساوي 5 سم،

ثم حدد نوع المثلث باستخدام القياس بالنسبة لأطوال أضلاعه.

**مثال 6** باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ABC الذي فيه طول  $\overline{AB}$  يساوي 4 سم، طول  $\overline{BC}$  يساوي 3 سم،  $m(\angle B) = 90^\circ$ ، ثم نصف  $\overline{AC}$  في نقطة D؛ هل  $BD = \frac{1}{2} AC$  ؟

**الحل**

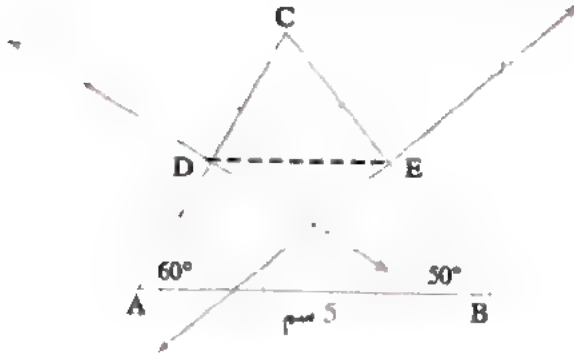
بالقياس نجد أن طول  $\overline{AC}$  يساوي 5 سم،  
طول  $\overline{BD}$  يساوي 2.5 سم؛ أي أن:  $BD = \frac{1}{2} AC$



**مثال 7** ارسم  $\triangle ABC$  الذي فيه طول  $\overline{AB}$  يساوي 5 سم،  $m(\angle A) = 60^\circ$ ،  $m(\angle B) = 50^\circ$ ، ثم قم بتتصيف  $\overline{AC}$  في النقطة D وتنصيف  $\overline{BC}$  في النقطة E. أثبت بالقياس أن:  $AB = 2 DE$

**الحل**

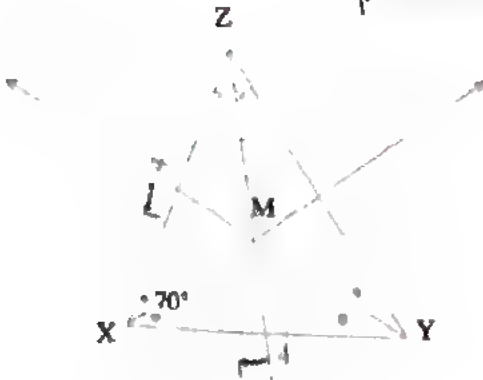
بالقياس نجد أن طول DE يساوي 2.5 سم  
أي أن:  $AB = 2 DE$



**مثال 8** ارسم المثلث XYZ الذي فيه  $m(\angle X) = 70^\circ$ ،  $XZ = XY = 4$  سم، ثم نصف زواياه الداخلة، وماذا تلاحظ؟

**الحل**

نلاحظ أن منصفات زوايا المثلث تتقاطع جميعاً في نقطة واحدة M وهي داخل المثلث.



**سؤال 5**

ارسم المثلث XYZ الذي فيه  $m(\angle X) = 90^\circ$   
 $XY = XZ = 4$  سم، ثم نصف  $\overline{XZ}$  في النقطة L، بالنصف  $\overleftrightarrow{LM}$  الذي يقطع  $\overline{YZ}$  في نقطة M،  
ثم أوجد بالقياس طول  $\overline{ML}$

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 في الشكل المقابل عند تنصيف  $\angle BAC$  بالفرجار، أجب عما يلي:  
1 طول  $\overline{AD}$  يساوي طول:

(أ)  $\overline{AB}$  (ب)  $\overline{AC}$

(ج)  $\overline{AE}$  (د)  $\overline{AF}$

2 في الشكل المقابل  $\overline{EF}$  يساوي طول:

(أ)  $\overline{DF}$  (ب)  $\overline{AB}$  (ج)  $\overline{AC}$  (د)  $\overline{AF}$

3  $m(\angle BAF) =$

(أ)  $m(\angle BFA)$  (ب)  $m(\angle EAF)$  (ج)  $m(\angle EFA)$  (د)  $m(\angle BAC)$

2 في الشكل المقابل عند تقسيم  $(\angle BAC)$  إلى أربع زوايا متساوية في القياس، فإن:

1  $m(\angle CAD) = m(\angle BAC)$

(أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{3}$

(ج)  $\frac{1}{4}$  (د)  $\frac{1}{5}$

2  $m(\angle DAE) = m(\angle BAC)$

(أ)  $\frac{1}{2}$  (ب) 3 (ج) 4 (د) 2

3 عند تنصيف قطعة مستقيمة  $\overline{AB}$  بالفرجار كما بالشكل المقابل:

1 ما يكون:

(أ)  $< \frac{1}{2} \overline{AB}$  (ب)  $< \overline{AD}$

(ج)  $> \frac{1}{2} \overline{AB}$  (د)  $< \overline{AB}$

2 يكون:

(أ)  $\overline{AD} = \overline{AE}$  (ب)  $\overline{AD} = \overline{BC}$

(ج)  $\overline{BD} = \overline{EB}$  (د)  $\overline{AE} = \overline{BC}$

3 يكون:

(أ)  $\overline{BE}$  (ب)  $\overline{AB}$  (ج)  $\overline{AE}$  (د)  $\overline{AC}$

4 تكون النقطة E في منتصف

(أ)  $\overline{AE}$  (ب)  $\overline{ED}$  (ج)  $\overleftrightarrow{CD}$  (د)  $\overline{CD}$

2 ارسم زاوية قياسها  $80^\circ$ ، ثم نصفها مستخدماً المسطرة والفرجار، تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

3 ارسم زاوية قياسها  $45^\circ$ ، ثم نصفها مستخدماً المسطرة والفرجار، تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

- 4 ارسم زاوية قياسها  $140^\circ$  ، ثم قسمها إلى أربع زوايا متساوية في القياس.
- 5 ارسم  $\overline{AB}$  طولها 8 سم، وقم بتتصيفها باستخدام المسطرة والفرجار، وتأكد بالقياس من صحة التنصيف.
- 6 ارسم  $\overline{AB}$  طولها 5 سم، وقم بتتصيفها باستخدام المسطرة والفرجار، وتأكد بالقياس من صحة التنصيف.
- 7 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 7$  سم،  $BC = 9$  سم،  $AC = 4$  سم، وحدد باستخدام المنقلة نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.
- 8 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 4$  سم،  $AC = 5$  سم،  $BC = 3$  سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.
- 9 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 4$  سم،  $AC = 6$  سم،  $m(\angle BAC) = 100^\circ$ .
- 10 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 7$  سم،  $BC = 5$  سم،  $m(\angle ABC) = 80^\circ$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.
- 11 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $BA = BC = 7$  سم،  $m(\angle B) = 75^\circ$ .
- 12 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AC = AB = 5$  سم،  $m(\angle A) = 60^\circ$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.
- 13 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 8$  سم،  $AC = 4$  سم،  $m(\angle A) = 60^\circ$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.
- 14 ارسم المثلث ABC المتساوى الأضلاع الذى طول ضلعه 6 سم.
- 15 ارسم المثلث ABC الذى فيه  $AB = 5$  سم،  $m(\angle A) = 120^\circ$ ،  $m(\angle B) = 30^\circ$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.
- 16 ارسم المثلث ABC الذى فيه،  $m(\angle ABC) = 42^\circ$ ،  $m(\angle ACB) = 38^\circ$ ،  $BC = 6$  سم، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.
- 17 ارسم المثلث ABC الذى فيه،  $m(\angle A) = 70^\circ$ ،  $m(\angle B) = 40^\circ$ ،  $AC = 4\text{cm}$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.
- 18 ارسم المثلث XYZ الذى فيه،  $XY = XZ = 6$  سم،  $YZ = 8$  سم، ثم نصّب كلّاً من  $\angle Y$ ،  $\angle Z$  بمنصفين يتقاطعان في نقطة M، تحقق بالقياس أن:  $MZ = MY$ .
- 19 ارسم المثلث ABC الذى فيه طول  $\overline{AB}$  يساوى 6 سم، طول  $\overline{AC}$  يساوى 8 سم،  $m(\angle A) = 90^\circ$ ، ثم نصّف  $\overline{BC}$  في نقطة D، هل  $BC = 2AD$ ؟



- 20 ارسم  $\overline{AB}$  طولها 10 سم، وقم بتقسيمها إلى 4 قطع مستقيمة متساوية في الطول.
- 21 ارسم المثلث ABC الذى فيه  $AB = 6$  سم،  $m(\angle A) = 80^\circ$ ،  $m(\angle B) = 40^\circ$ ، ثم قم بتتصيف  $\overline{AB}$  و  $\angle C$ .
- 22 ارسم باستخدام الأدوات الهندسية منصفات الزوايا الداخلة لأي مثلث، ماذا تلاحظ؟



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 عند تنصيف  $\angle BAC$  بالفرجار كما بالشكل المقابل، نجد أن:1 طول  $\overline{EA}$  يجب أن يساوي طول:(أ)  $\overline{FC}$  (ب)  $\overline{FB}$ (ج)  $\overline{AD}$  (د)  $\overline{ED}$ 2  $m(\angle CAB) =$ (أ)  $m(\angle FAC)$  (ب)  $m(\angle FAB)$  (ج)  $\frac{1}{2}m(\angle CAF)$  (د)  $2m(\angle BAF)$ 2 عند تنصيف قطعة مستقيمة  $\overline{AB}$  بالفرجار (يجب أن يكون):(أ)  $AC < \frac{1}{2}AB$  (ب)  $AC < AD$ (ج)  $AC > \frac{1}{2}AB$  (د)  $AC < AE$ 

3 معين طولاً قطريه 16 بوصة، 30 بوصة، فإن مساحته =

(أ) 480 (ب) 120 (ج) 240 (د) 92

4 مربع مساحته 50 سنتيمتراً مربعاً، فإن طول قطره =

(أ) 5 (ب) 10 (ج) 15 (د) 25 سم

5 شبه منحرف مساحته 54 سنتيمتراً مربعاً، وطول قاعدته المتوسطة 9 سم، فإن ارتفاعه =

(أ) 12 (ب) 3 (ج) 6 (د) 9 سم

## 2 أكمل ما يأتي:

1 مربع طول قطره 8 سم، فإن مساحته = سنتيمتر مربع.

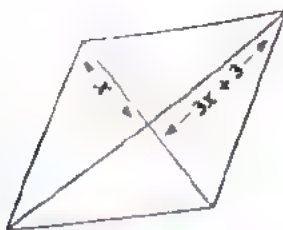
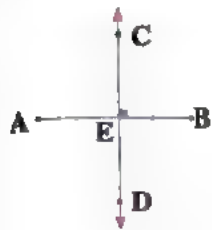
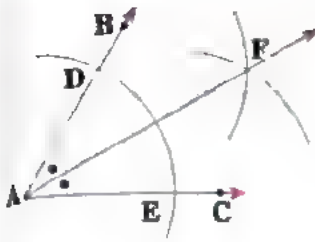
2 معين مساحته 24 سنتيمتراً مربعاً وطول أحد قطريه 6 سم، فإن طول القطر الآخر = سم.

3 شبه منحرف مجموع طولي قاعدتيه المتوازيتين يساوي 20 سم، وارتفاعه 8 سم، فإن مساحته =

سنتيمتر مربع.

3 ارسم زاوية قياسها  $100^\circ$ ، ثم نصفها مستخدماً المسطرة والفرجار.4 ارسم المثلث ABC الذي فيه  $AB = 7$  سم،  $m(\angle A) = 65^\circ$ ،  $m(\angle B) = 50^\circ$ ، وحدد باستخدام القياس

نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

5 أوجد مساحة المعين التالي بدلالة  $x$ ،ثم أوجد القيمة العددية للمساحة عندما  $x = 7$ 

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مستويات

★★★★★





## ناتج التعلم

- يتعرف الطالب مفهوم التحويل الهندسي.
- يوجد الطالب صورة شكل بالانعكاس في أحد محوري الإحداثيات.
- يوجد الطالب صورة شكل بانتقال معلوم.
- يوجد الطالب صورة الأشكال الهندسية بعد إجراء التحويلات الهندسية.
- يتعرف الطالب مفهوم كل من الانعكاس والانتقال والدوران.

- التحويلات الهندسية (Geometrical Transformations) - الانعكاس (Reflection)

- الدوران (Rotation)

- الانتقال (Translation)

- مع اتجاه حركة عقارب الساعة (Clockwise)

- مركز الدوران (Center of Rotation)

- ضد اتجاه حركة عقارب الساعة (Anti Clockwise)

## مفردات أساسية

## مفكر ونشيط



- في رأيك: لماذا تكتب كلمة «إسعاف» على مقدمة سيارة الإسعاف بالمعكوس؟

في هذا الدرس، سوف تتعلم مجموعة من التحويلات الهندسية، وهي: الانعكاس والانتقال والدوران؛ مما يمكنك من الإجابة عن مثل هذه الأسئلة.

## تعلم 1 التحويلات الهندسية

**تعريف التحويلة الهندسية** هي التي تحرك نقاط الشكل، الهندسي طبقاً لنظام محدد ونحصل من ذلك على صورة لهذا الشكل في وضع جديد ويقال إن هذا الشكل الجديد نتج من تأثير تحويل هندسي.

**استخداماتها** تستخدم في إيجاد صورة للشكل الهندسي وفقاً لنظام محدد يميز بين كل تحويلات وأخرى.

**من أمثلتها** الانعكاس في مستقيم والانتقال والدوران.

**الترميز في الرياضيات** في التحويلات الهندسية يرمز عادة لصورة النقطة A بالرمز  $\hat{A}$ .

فمثلاً

الدوران

الانتقال

الانعكاس في مستقيم

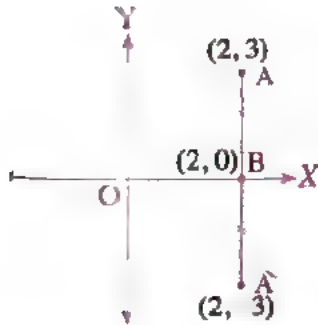


الانعكاس في مستقيم هو تكوين صورة معكوسة للشكل عبر خط يسمى محور الانعكاس. الانتقال هو إزاحة للشكل على خط مستقيم مسافة محددة وفي اتجاه محدد. الدوران هو تدوير للشكل حول نقطة تسمى مركز الدوران بزاوية قياسها محدد وفي اتجاه محدد.

الصورة الناتجة من الانعكاس أو الانتقال أو الدوران تكون مطابقة للشكل الأصلي.

## تعلم 2 الانعكاس في محوري الإحداثيات

### أولاً الانعكاس في محور X



$$A(x, y) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور X}} \hat{A}(x, -y)$$

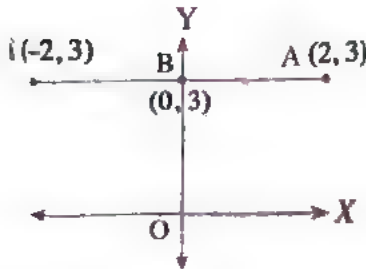
فمثلاً صورة النقطة A(2, 3) بالانعكاس في محور X هي  $\hat{A}(2, -3)$

$$A(2, 3) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور X}} \hat{A}(2, -3)$$

⚠️ لاحظان

إذا كانت النقطة تقع على محور X فإن صورتها بالانعكاس في محور X هي نفسها.

فمثلاً النقطة B(2, 0) صورتها بالانعكاس في محور X هي B(2, 0)



$$A(x, y) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور Y}} \hat{A}(-x, y)$$

فمثلاً صورة النقطة A(2, 3) بالانعكاس في محور Y هي  $\hat{A}(-2, 3)$

$$A(2, 3) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور Y}} \hat{A}(-2, 3)$$

⚠️ لاحظان

إذا كانت النقطة تقع على محور Y فإن صورتها بالانعكاس في محور Y هي نفسها.

فمثلاً النقطة B(0, 3) صورتها بالانعكاس في محور Y هي B(0, 3)

بصفة عامة: الانعكاس في مستقيم هو تحويل هندسي يحول كل نقطة تنتمي إلى المستقيم إلى نفسها ويحول كل نقطة A لا تنتمي إلى المستقيم إلى نقطة  $\hat{A}$  بحيث يكون المستقيم هو المنصف العمودي للقطعة المستقيمة  $\overline{AA'}$  وهذا المستقيم يسمى محور الانعكاس.

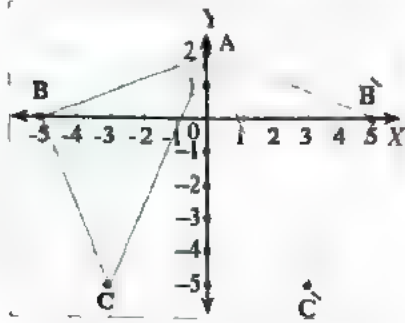
## مثال 1

أوجد صورة المثلث ABC حيث  $A(0, 2)$ ،  $B(-5, 0)$ ،  $C(-3, -5)$  بالانعكاس في كل من: 1 محور X 2 محور Y

**الحل**

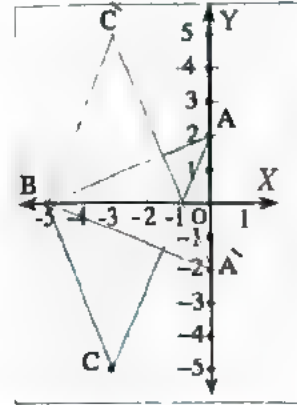
2 الانعكاس في محور Y

$$\begin{aligned} A(0, 2) &\longrightarrow A'(0, 2) \\ B(-5, 0) &\longrightarrow B'(5, 0) \\ C(-3, -5) &\longrightarrow C'(3, -5) \end{aligned}$$



1 الانعكاس في محور X

$$\begin{aligned} A(0, 2) &\longrightarrow A''(0, -2) \\ B(-5, 0) &\longrightarrow B''(-5, 0) \\ C(-3, -5) &\longrightarrow C''(-3, 5) \end{aligned}$$



المثلث  $A'B'C'$  هو صورة المثلث ABC بالانعكاس في محور X المثلث  $A''B''C''$  هو صورة المثلث ABC بالانعكاس في محور Y

## مثال 2

ارسم متوازي الأضلاع ABCD حيث  $A(1, 1)$ ،  $B(4, 1)$ ،  $C(3, 3)$ ،  $D(0, 3)$

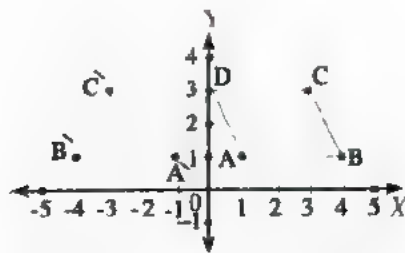
2 محور Y

ثم ارسم صورته بالانعكاس في كل من: 1 محور X

**الحل**

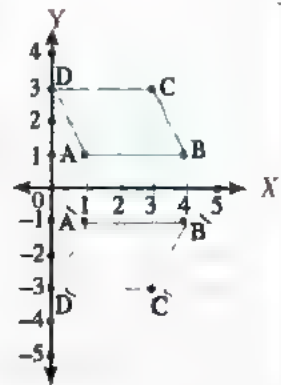
2 الانعكاس في محور Y

$$\begin{aligned} A(1, 1) &\longrightarrow A'(-1, 1) \\ B(4, 1) &\longrightarrow B'(-4, 1) \\ C(3, 3) &\longrightarrow C'(-3, 3) \\ D(0, 3) &\longrightarrow D'(0, 3) \end{aligned}$$



1 الانعكاس في محور X

$$\begin{aligned} A(1, 1) &\longrightarrow A''(1, -1) \\ B(4, 1) &\longrightarrow B''(4, -1) \\ C(3, 3) &\longrightarrow C''(3, -3) \\ D(0, 3) &\longrightarrow D''(0, -3) \end{aligned}$$



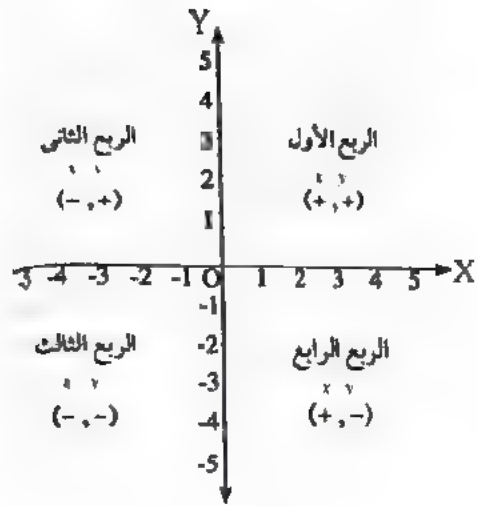
متوازي الأضلاع  $A'B'C'D'$  هو صورة متوازي الأضلاع ABCD بالانعكاس في محور Y

متوازي الأضلاع  $A''B''C''D''$  هو صورة متوازي الأضلاع ABCD بالانعكاس في محور X

سن؟ سؤال 1 ارسم المثلث ABC حيث  $A(2, 1)$ ،  $B(2, 5)$ ،  $C(3, 4)$  ثم ارسم صورته بالانعكاس في كل من:

2 محور Y

1 محور X

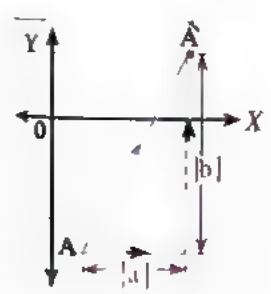


- يقسم المحوران  $x$ ،  $y$  المستوى الإحداثي إلى (4 أرباع)، ويمكن تحديد الربع الذي يوجد فيه الزوج المرتب تبعاً لإشارة الإحداثيات  $x$ ،  $y$  كالآتي:
- 1 الربع الأول  $\leftarrow$   $(+, +)$  موجب موجب  
مثل: (3, 4) أو (5, 7)
- 2 الربع الثاني  $\leftarrow$   $(-, +)$  سالب موجب  
مثل: (-1, 3) أو (-2, 4)
- 3 الربع الثالث  $\leftarrow$   $(-, -)$  سالب سالب  
مثل: (-3, -4) أو (-2, -1)
- 4 الربع الرابع  $\leftarrow$   $(+, -)$  موجب سالب  
مثل: (3, -1) أو (5, -4)
- لاحظان

- إذا كانت النقطة تقع على محور  $x$ ، فإن إحداثي  $y$  لها يساوي صفراً، مثل: (3, 0) أو (-2, 0)
- إذا كانت النقطة تقع على محور  $y$ ، فإن إحداثي  $x$  لها يساوي صفراً، مثل: (0, 4) أو (0, -3)

### تعلم 3 الانتقال في المستوى الإحداثي:

- الانتقال هو تحويل هندسية تنقل كل نقطة في المستوى إلى نقطة أخرى في نفس المستوى بمسافة ثابتة هي مقدار الانتقال في اتجاه ثابت وهو اتجاه الانتقال. أي أن الانتقال يحرك جميع نقاط الشكل نفس المسافة في نفس الاتجاه.
- فمثلاً في الشكل المقابل المثلث  $\hat{A} \hat{B} \hat{C}$  هو صورة المثلث  $ABC$  بالانتقال مسافة  $\hat{A} \hat{A}$  في اتجاه  $\vec{AA}$

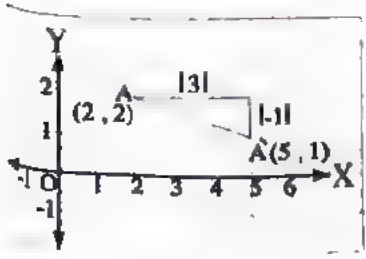


- الانتقال  $(a, b)$  في المستوى الإحداثي يحول كل نقطة  $A(x, y)$  بإزاحة أفقية مقدارها  $|a|$  يتبعها إزاحة رأسية مقدارها  $|b|$  فتكون صورتها  $\hat{A}(x+a, y+b)$
- وتكتب  $A(x, y) \xrightarrow{\text{انتقال } (a, b)} \hat{A}(x+a, y+b)$

### نقاط هامة

- في الزوج المرتب  $(a, b)$  الذي يعبر عن الانتقال:
  - إذا كانت  $a$  موجبة «تعني إزاحة إلى اليمين» بمقدار  $|a|$ .
  - إذا كانت  $a$  سالبة «تعني إزاحة إلى اليسار» بمقدار  $|a|$ .
  - إذا كانت  $b$  موجبة «تعني إزاحة لأعلى» بمقدار  $|b|$ .
  - إذا كانت  $b$  سالبة «تعني إزاحة لأسفل» بمقدار  $|b|$ .

فمثلاً صورة النقطة  $A(2, 2)$  بالانتقال  $(3, -1)$  تعني أن النقطة  $A$  تتحرك 3 وحدات إلى اليمين ووحدة واحدة لأسفل



فتكون الصورة  $\hat{A}(2+3, 2+(-1))$ ، أي أن النقطة  $\hat{A}(5, 1)$

- إذا كانت النقطة  $(x, y)$  والانتقال  $(a, b)$  فإن الصورة تكون  $(x+a, y+b)$
- إذا كانت الصورة  $(L, m)$  والانتقال  $(a, b)$  فإن النقطة تكون  $(L-a, m-b)$
- إذا كانت النقطة  $(x, y)$  والصورة  $(L, m)$  فإن الانتقال يكون  $(L-x, m-y)$



**مثال 3** باستخدام الانتقال الذي يحول النقطة  $A(x, y)$  إلى  $\hat{A}(x+2, y-3)$  أوجد:

1 صورة النقطة  $(3, 4)$  2 النقطة التي صورتها  $(3, 4)$

**الحل**

2  $\therefore$  الانتقال هو  $(2, -3)$   $\therefore A(x, y) \longrightarrow \hat{A}(x+2, y-3)$

1  $(3, 4) \xrightarrow{\text{انتقال } (2, -3)} (3+2, 4+(-3))$  2  $\therefore$  الصورة  $(3, 4)$  والانتقال  $(2, -3)$

$\therefore$  النقطة هي  $(3-2, 4-(-3))$   $(3, 4) \xrightarrow{\text{انتقال } (2, -3)} (5, 1)$

• أى أن صورة النقطة  $(3, 4)$  هي  $(5, 1)$  • أى أن النقطة التي صورتها  $(3, 4)$  هي  $(1, 7)$

**مثال 4** ارسم المثلث  $ABC$  الذي رؤوسه  $A(2, 1)$ ،  $B(4, -1)$ ،  $C(0, -2)$

ثم أوجد صورته بكل مما يأتى:

1 انتقال 3 وحدات لأعلى 2 انتقال  $(-1, -4)$

**الحل**

1 انتقال 3 وحدات لأعلى يكافئ الانتقال  $(0, 3)$  2 انتقال  $(-1, -4)$

$A(2, 1) \xrightarrow{\text{انتقال } (-1, -4)} \hat{A}(1, -3)$

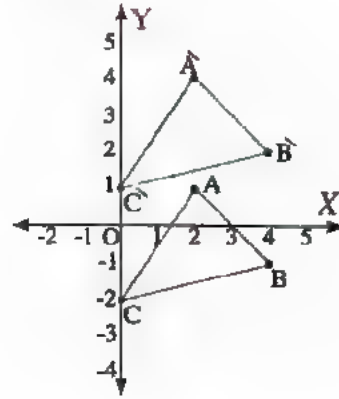
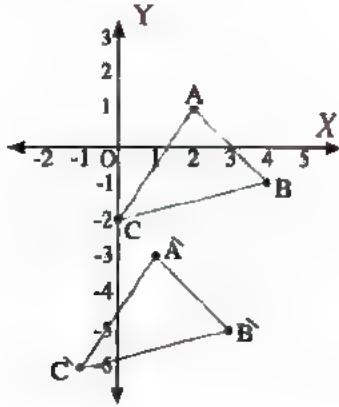
$A(2, 1) \xrightarrow{\text{انتقال } (0, 3)} \hat{A}(2, 4)$

$B(4, -1) \xrightarrow{\text{انتقال } (-1, -4)} \hat{B}(3, -5)$

$B(4, -1) \xrightarrow{\text{انتقال } (0, 3)} \hat{B}(4, 2)$

$C(0, -2) \xrightarrow{\text{انتقال } (-1, -4)} \hat{C}(-1, -6)$

$C(0, -2) \xrightarrow{\text{انتقال } (0, 3)} \hat{C}(0, 1)$



**سؤال 2**

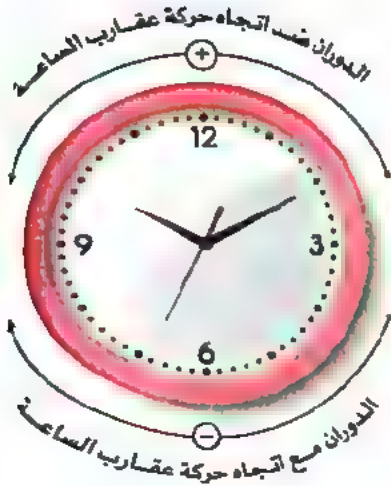
ارسم شبه المنحرف  $ABCD$  حيث  $A(6, 7)$ ،  $B(7, 5)$ ،  $C(2, 5)$ ،  $D(3, 7)$

ثم ارسم صورته بكل مما يأتى:

2 الانتقال  $(x, y) \longrightarrow (x-1, y-5)$

1 انتقال 4 وحدات إلى اليسار.

#### تعلّم 4 الدوران في المستوى الإحداثي،



• الدوران هو تحويل هندسي يجعل كل نقطة من نقاط الشكل تدور حول نقطة ثابتة وبزاوية قياسها معلوم وفي اتجاه معين.

• النقطة التي يدور حولها الشكل تُسمى مركز الدوران،

أي أن الدوران يتحدد تمامًا بالعناصر الآتية:

1 مركز الدوران. 2 قياس زاوية الدوران. 3 اتجاه الدوران.

• إذا كان اتجاه الدوران:

- ضد اتجاه عقارب الساعة، فإن قياس زاوية الدوران تكون موجبة.

- مع اتجاه عقارب الساعة، فإن قياس زاوية الدوران تكون سالبة.

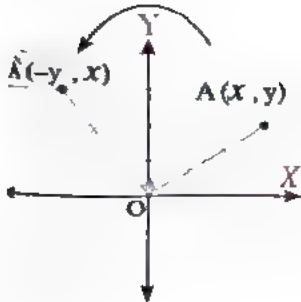
يرمز للدوران بالرمز:

$$R(O, \theta)$$

الدوران      مركز الدوران      قياس زاوية الدوران واتجاهه

فمثلاً • الدوران حول نقطة الأصل ضد اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها  $90^\circ$  يُكتب  $R(O, 90^\circ)$

• الدوران حول نقطة الأصل مع اتجاه حركة عقارب الساعة بزاوية قياسها  $90^\circ$  يُكتب  $R(O, -90^\circ)$



#### أولاً: الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها $90^\circ$

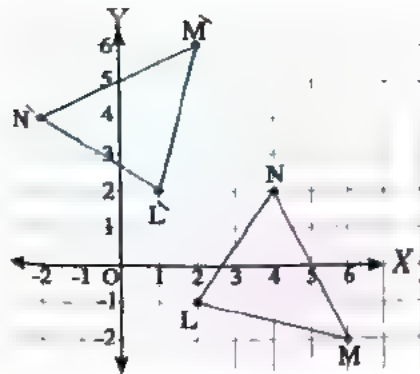
$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} A'(-y, x)$$

فمثلاً صورة النقطة  $A(3, 2)$  بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي النقطة  $A'(-2, 3)$

مثال 5 ارسم المثلث LMN حيث  $L(2, -1)$ ،  $M(6, -2)$ ،  $N(4, 2)$

ثم ارسم صورته بالدوران:  $R(O, 90^\circ)$

الحل



$$L(2, -1) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} L'(-1, 2)$$

$$M(6, -2) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} M'(-2, 6)$$

$$N(4, 2) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} N'(-2, 4)$$

• لاحظان

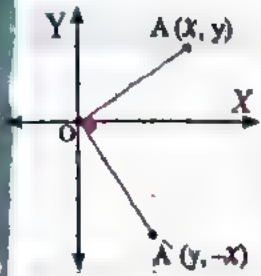
الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها  $90^\circ$  يكافئ دورانا حول

نقطة الأصل بزاوية قياسها  $270^\circ$  - ويسمى دوران ربع دورة.

#### سؤال 3

ارسم المثلث ABC حيث  $A(0, 4)$ ،  $B(5, 2)$ ،  $C(1, 2)$ ، ثم ارسم صورته بالدوران  $R(O, -270^\circ)$

## ثانياً الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها $-90^\circ$



$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, -90^\circ)} A'(y, -x)$$

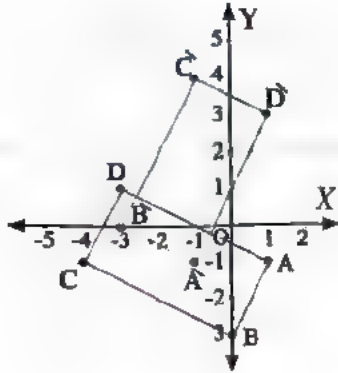
فمثلاً صورة النقطة  $A(3, 2)$  بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  هي النقطة  $A'(2, -3)$

• لاحظ أن

الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها  $-90^\circ$  يكافئ دورانا حول نقطة الأصل بزاوية قياسها  $270^\circ$

**مثال 6** ارسم المستطيل ABCD حيث  $A(1, -1)$ ،  $B(0, -3)$ ،  $C(-4, -1)$ ،  $D(-3, 1)$

ثم ارسم صورته بالدوران  $R(O, -90^\circ)$



الحل

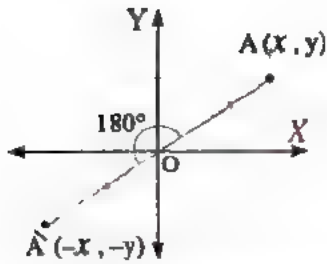
$$A(1, -1) \xrightarrow{R(O, -90^\circ)} A'(-1, -1)$$

$$B(0, -3) \xrightarrow{R(O, -90^\circ)} B'(-3, 0)$$

$$C(-4, -1) \xrightarrow{R(O, -90^\circ)} C'(-1, 4)$$

$$D(-3, 1) \xrightarrow{R(O, -90^\circ)} D'(1, 3)$$

## ثالثاً الدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها $(\pm 180^\circ)$



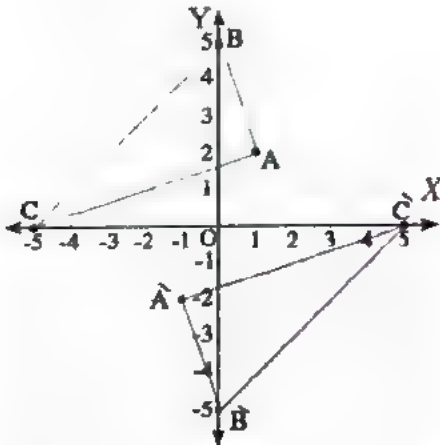
$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, \pm 180^\circ)} A'(-x, -y)$$

ويسمى دوران نصف دورة

فمثلاً صورة النقطة  $A(3, 2)$  بالدوران  $R(O, \pm 180^\circ)$  هي النقطة  $A'(-3, -2)$

**مثال 7** ارسم المثلث ABC في المستوى الإحداثي حيث  $A(1, 2)$ ،  $B(0, 5)$ ،  $C(-5, 0)$

ثم ارسم صورته بالدوران  $R(O, 180^\circ)$



الحل

$$A(1, 2) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} A'(-1, -2)$$

$$B(0, 5) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} B'(0, -5)$$

$$C(-5, 0) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} C'(5, 0)$$

سؤال 4

ارسم المثلث ABC في المستوى الإحداثي حيث  $A(-1, 2)$ ،  $B(3, 1)$ ،  $C(0, 4)$

ثم أوجد صورته بالدوران  $R(O, 270^\circ)$ ، بالدوران  $R(O, 180^\circ)$



$$A(x, y) \xrightarrow{R(O, 360^\circ)} A(x, y)$$

فمثلاً صورة النقطة  $A(2, 0)$  بالدوران  $R(O, 360^\circ)$  هي نفسها النقطة  $A(2, 0)$

### نقاط هامة

- الدوران بزاوية قياسها  $360^\circ$  يكافئ الدوران بزاوية قياسها  $(-360^\circ)$
- لا توجد نقاط ثابتة بالدوران إلا مركز الدوران أو إذا كان الدوران بزاوية قياسها  $\pm 360^\circ$  فتكون كل النقاط ثابتة، ويسمى الدوران في هذه الحالة بالدوران المحايد.

### مثال 8

في الشكل المقابل ABCD مربع تقاطع قطراه في نقطة O (حيث O نقطة الأصل)  $H, G, F, E$  منتصفات أضلعه  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DA}$  على الترتيب أوجد صورة  $\triangle AEO$  بالدوران ①  $R(O, 90^\circ)$  ②  $R(O, 180^\circ)$

### الحل

①  $\therefore$  ABCD مربع

$\therefore$  القطران متعامدان

عند إيجاد صورة  $\triangle AEO$  بالدوران حول نقطة الأصل بزاوية قياسها  $90^\circ$

$$A \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} D \quad \text{نوجد صورة النقطة A وهي D}$$

$$E \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} H \quad \text{صورة النقطة E هي H}$$

$$O \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} O \quad \text{صورة النقطة O هي O (لأنها مركز الدوران)}$$

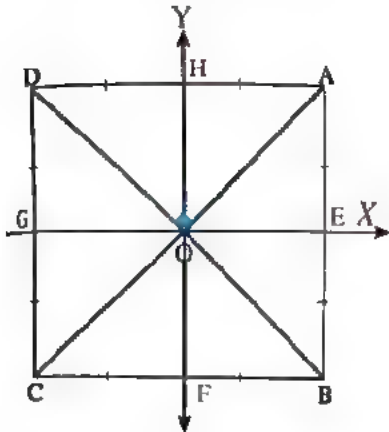
$$\triangle AEO \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} \triangle DHO \quad \text{فيكون}$$

$$A \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} C \quad \text{نوجد صورة النقطة A وهي C} \quad ②$$

$$E \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} G \quad \text{نوجد صورة النقطة E وهي G}$$

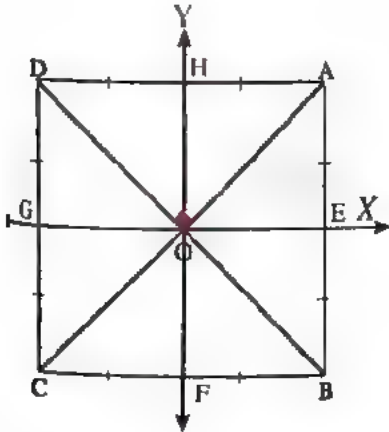
$$O \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} O \quad \text{نوجد صورة النقطة O وهي O}$$

$$\triangle AEO \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} \triangle CGO \quad \text{فيكون}$$



### ⚠️ لاحظ أن

الدوران ضد عقارب الساعة  
حيث إن زاوية الدوران هي  $90^\circ$



### سؤال 5

① ارسم المربع ABCD حيث  $A(-1, 4), B(1, 1), C(-1, -2), D(-3, 1)$

ثم ارسم صورته بكل من الدورانات الآتية:

$$(ب) \quad R(O, -90^\circ)$$

$$(1) \quad R(O, -180^\circ)$$

② ارسم المثلث OAB الذي رؤوسه  $O(0, 0), A(3, 0), B(3, 1)$

ثم ارسم صورته بالدوران:  $R(O, 90^\circ)$

## خواص الانعكاس والانتقال والدوران:

كل من الانعكاس في مستقيم، والانتقال، والدوران حول نقطة في المستوى يحافظ على:

- 1 أطوال القطع المستقيمة. 2 قياسات الزوايا. 3 التوازي. 4 البنية

فمثلاً:  $\bullet C \in \overline{AB} \rightarrow \hat{C} \in \overline{\hat{A}\hat{B}}$   $\bullet \overline{AB} \parallel \overline{CD} \rightarrow \overline{\hat{A}\hat{B}} \parallel \overline{\hat{C}\hat{D}}$   $\bullet m(\angle A) = m(\angle \hat{A})$   $\bullet AB = \hat{A}\hat{B}$

**مثال 9** في الشكل المقابل إذا كان أحد المثلثين هو صورة للآخر بالانعكاس في محور  $y$

فأوجد قيمة كل من  $\theta$ ،  $b$ ،  $a$

**الحل**

$\therefore$  الانعكاس في مستقيم يحافظ على أطوال القطع المستقيمة وقياسات الزوايا.

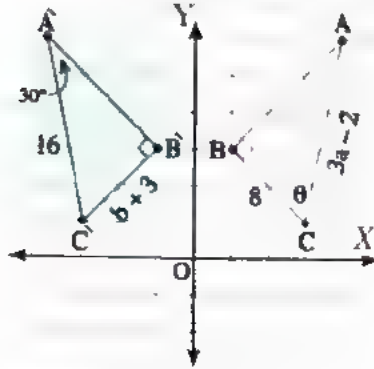
$$\therefore AC = \hat{A}\hat{C} \quad \therefore 3a - 2 = 16 \Rightarrow 3a = 16 + 2 = 18$$

$$\therefore a = \frac{18}{3} = 6$$

$$\therefore BC = \hat{B}\hat{C} \quad \therefore b + 3 = 8 \Rightarrow b = 8 - 3 = 5$$

$$\therefore m(\angle A) = m(\angle \hat{A}) \quad \therefore \theta = m(\angle A) = 30^\circ$$

$$\therefore \theta = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$



**مثال 10** ABCD مربع تقع رؤوسه جميعاً في الربع الثاني فإذا كانت  $B(-1, 4)$ ،  $A(-1, 1)$

ارسم في المستوى الإحداثي المربع ABCD ثم أوجد صورته بكل مما يأتي:

$$R(O, 270^\circ) \quad 2$$

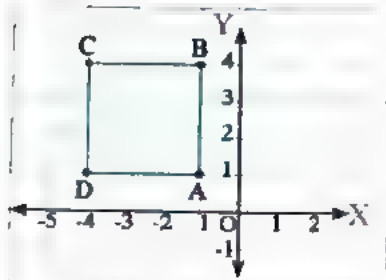
$$R(O, -180^\circ) \quad 1$$

**الحل**

$\therefore$  جميع رؤوس المربع تقع في الربع الثاني،

وطول  $\overline{AB} = |4 - 1| = 3$  وحدات طول.

فيكون  $D(-4, 1)$ ،  $C(-4, 4)$



$$R(O, 270^\circ) \quad 2$$

$$R(O, -180^\circ) \quad 1$$

$$A(-1, 1) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} \hat{A}(1, 1)$$

$$B(-1, 4) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} \hat{B}(4, 1)$$

$$C(-4, 4) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} \hat{C}(4, 4)$$

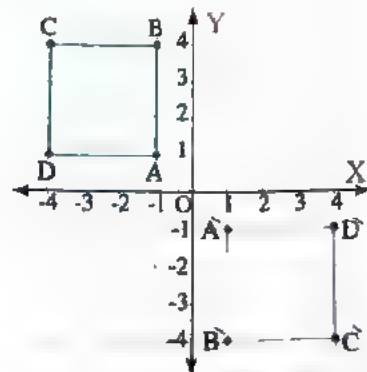
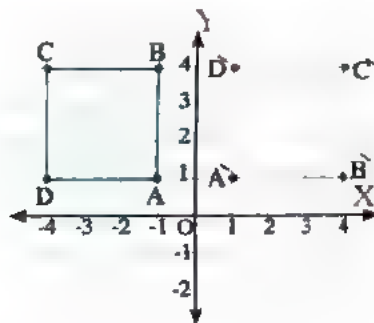
$$D(-4, 1) \xrightarrow{R(O, 270^\circ)} \hat{D}(1, 4)$$

$$A(-1, 1) \xrightarrow{R(O, -180^\circ)} \hat{A}(1, -1)$$

$$B(-1, 4) \xrightarrow{R(O, -180^\circ)} \hat{B}(1, -4)$$

$$C(-4, 4) \xrightarrow{R(O, -180^\circ)} \hat{C}(4, -4)$$

$$D(-4, 1) \xrightarrow{R(O, -180^\circ)} \hat{D}(4, -1)$$



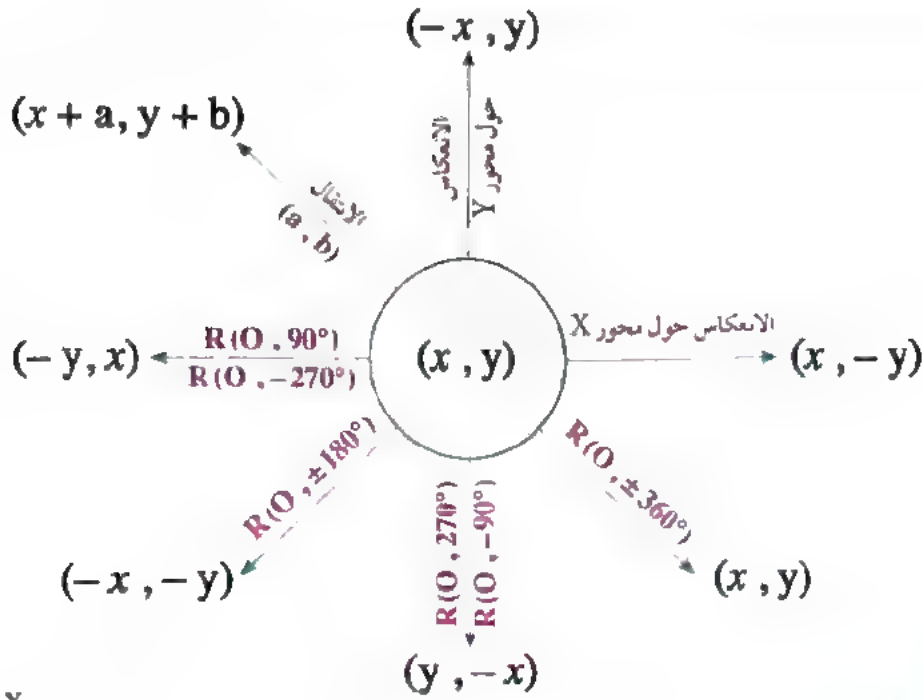
**سؤال 6**

ABCD مستطيل رؤوسه هي:  $A(1, 1)$ ،  $B(1, 4)$ ،  $C(5, 4)$ ،  $D(5, 1)$  ارسم في المستوى الإحداثي هذا

المستطيل، ثم أوجد صورته بكل مما يأتي: 1  $R(O, -270^\circ)$  2  $R(O, 180^\circ)$



## ملخص لجميع التحويلات الهندسية في المستوى الإحداثي:

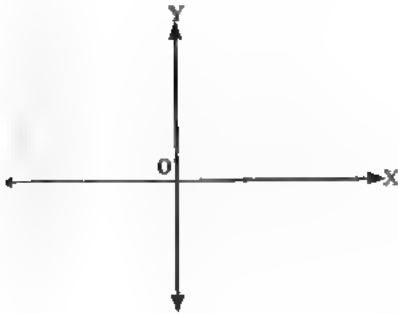


**مثال 11** ... في الشكل التالي، إذا كانت صورة العدد 25 بالانعكاس

في محور Y هي A، وصورته بالانعكاس في محور X

هي B فما قيمة  $\sqrt[3]{B-A}$  ؟

**الحل**



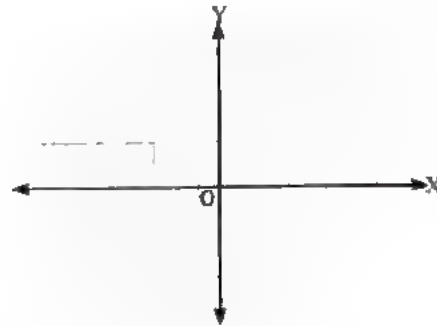
من الرسم نستنتج أن:

• صورة العدد 25 بالانعكاس في محور Y هي 25

• صورة العدد 25 بالانعكاس في محور X هي 52

$$\therefore A = 25 \quad \therefore B = 52$$

$$\therefore \sqrt[3]{B-A} = \sqrt[3]{52-25} = \sqrt[3]{27} = 3$$



**سؤال 7**

أكمل الجدول التالي:

النقطة	انعكاس في محور X	انعكاس في محور Y	انتقال $(-2, -3)$	$R(O, 90^\circ)$	$R(O, -90^\circ)$	$R(O, \pm 180^\circ)$
$(0, 3)$	$(0, -3)$ $(2, 5)$	$(0, 3)$ $(-2, 2)$	$(-2, 0)$ $(0, 0)$	$(-3, 0)$ $(4, -3)$	$(3, 0)$ $(5, -7)$	$(0, -3)$ $(3, 1)$

اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 صورة النقطة  $(2, 3)$  بالانعكاس في محور  $X$  هي
 

(أ) $(2, -3)$	(ب) $(-2, 3)$	(ج) $(-2, -3)$	(د) $(2, 3)$
---------------	---------------	----------------	--------------
- 2 إذا كانت النقطة  $A(-2, 5)$  هي صورة النقطة  $A$  بالانعكاس في محور  $Y$  فإن النقطة  $A$  هي
 

(أ) $(5, -2)$	(ب) $(2, 5)$	(ج) $(-2, -5)$	(د) $(2, -5)$
---------------	--------------	----------------	---------------
- 3 إذا كانت صورة النقطة  $(4, a - 3)$  بالانعكاس في محور  $X$  هي نفسها فإن:  $a =$ 

(أ) 4	(ب) 3	(ج) 0	(د) 5
-------	-------	-------	-------
- 4 صورة النقطة هي نفسها بالانعكاس في محور  $Y$ .
 

(أ) $(0, 3)$	(ب) $(3, 0)$	(ج) $(3, -3)$	(د) $(-3, 3)$
--------------	--------------	---------------	---------------
- 5 إذا كانت  $A$  صورة النقطة  $A$  بالانعكاس في محور  $X$ ، وكانت النقطة  $A$  تقع في الربع الثالث، فما الربع الذي تقع فيه النقطة  $A$ ؟
 

(أ) الأول	(ب) الثاني	(ج) الثالث	(د) الرابع
-----------	------------	------------	------------
- 6 صورة النقطة  $(5, 3)$  بالانتقال الذي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (x + 3, y - 1)$  هي
 

(أ) $(2, 2)$	(ب) $(8, 2)$	(ج) $(8, 4)$	(د) $(-2, -4)$
--------------	--------------	--------------	----------------
- 7 ما صورة النقطة  $(2, -1)$  بالانتقال الذي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 4)$ ؟
 

(أ) $(-1, 5)$	(ب) $(-3, 4)$	(ج) $(5, 3)$	(د) $(-1, 3)$
---------------	---------------	--------------	---------------
- 8 صورة النقطة  $(-3, 5)$  بالانتقال الذي قاعدته  $(x, y) \rightarrow (x + 3, y)$  هي
 

(أ) $(0, 5)$	(ب) $(-1, 4)$	(ج) $(0, 3)$	(د) $(-6, -3)$
--------------	---------------	--------------	----------------
- 9 أي مما يأتي صورة النقطة  $(0, -3)$  بانتقال  $(-1, 2)$ ؟
 

(أ) $(-1, -1)$	(ب) $(-1, 1)$	(ج) $(1, -1)$	(د) $(1, 1)$
----------------	---------------	---------------	--------------
- 10 ما صورة النقطة  $(5, -2)$  بانتقال 5 وحدات في الاتجاه السالب لمحور  $X$ ؟
 

(أ) $(5, -7)$	(ب) $(10, -2)$	(ج) $(0, -2)$	(د) $(5, -3)$
---------------	----------------	---------------	---------------
- 11 صورة النقطة  $(-2, 1)$  بانتقال مقداره 3 وحدات في الاتجاه الموجب لمحور  $Y$  هي
 

(أ) $(-2, -2)$	(ب) $(1, 1)$	(ج) $(-2, 4)$	(د) $(0, 1)$
----------------	--------------	---------------	--------------
- 12 ما الانتقال الذي يجعل النقطة  $A(-2, 1)$  صورة النقطة  $A(4, -5)$ ؟
 

(أ) $(-6, 6)$	(ب) $(-6, -4)$	(ج) $(2, -4)$	(د) $(6, -6)$
---------------	----------------	---------------	---------------
- 13 إذا كانت النقطة  $A(2, -4)$  هي صورة النقطة  $A$  بانتقال  $(x, y) \rightarrow (x - 2, y + 3)$ ، فإن النقطة  $A$  هي
 

(أ) $(0, -1)$	(ب) $(4, -7)$	(ج) $(4, 7)$	(د) $(4, 1)$
---------------	---------------	--------------	--------------

## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 أى مما يأتى صورة النقطة  $(-1, 3)$  بالانعكاس فى محور  $X$  ؟  
 (أ)  $(1, 3)$  (ب)  $(-1, -3)$  (ج)  $(1, -3)$  (د)  $(3, -1)$
- 2 صورة النقطة  $(2, 2)$  بالانتقال  $(3, -1)$  هي النقطة .  
 (أ)  $(5, 3)$  (ب)  $(1, 1)$  (ج)  $(3, 2)$  (د)  $(4, 3)$
- 3 صورة النقطة  $(-3, 4)$  بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي النقطة .  
 (أ)  $(3, 4)$  (ب)  $(3, -4)$  (ج)  $(-4, -3)$  (د)  $(-3, 4)$
- 4 شبه منحرف مجموع طول قاعدتيه المتوازيتين يساوى 20 سم، وارتفاعه 4 سم، فما مساحته بالستيمتر المربع ؟  
 (أ) 80 (ب) 40 (ج) 20 (د) 5
- 5 إذا كانت النقطة  $(1, k)$  هي صورة النقطة  $(M, -2)$  بالانعكاس فى محور  $Y$ ، فإن:  $K - M =$   
 (أ) 1 (ب) -1 (ج) 3 (د) -3

## 2 أكمل ما يأتى:

- 1 كل من الانعكاس فى مستقيم، والانتقال، والدوران حول نقطة فى المستوى يحافظ على:  
 (أ) ..... (ب) ..... (ج) ..... (د)
- 2 النقطة  $A(-5, 5)$  هي صورة النقطة  $A(5, -5)$  بدوران قياس زاويته حول نقطة الأصل  $(O)$ .
- 3 معين مساحته 28 ستيتمترًا مربعًا وطول أحد قطريه 8 سم، فإن طول القطر الآخر = سم.
- 3 [شبه منحرف مساحته 225 بوصة مربعة وطول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 23 بوصة وارتفاعه 7.5 بوصة، أوجد طول قاعدته الأخرى.
- 4 ارسم المثلث  $ABC$  الذى فيه:  $AB = 8$  سم،  $AC = 5$  سم،  $BC = 4$  سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.
- 5 ارسم المثلث  $ABC$  حيث:  $A(-2, 5)$ ،  $B(1, 2)$ ،  $C(4, 4)$ ، ثم ارسم صورته بكل من التحويلات الآتية:

1 بالانعكاس فى محور  $X$ 2 بالانتقال  $(x, y) \rightarrow (x - 3, y + 2)$ 3 بالدوران  $R(O, 90^\circ)$ 

85 : 100 %

65 : 84 %

50 : 64 %

أقل من 50 %

تابع مستهلك

★★★★★





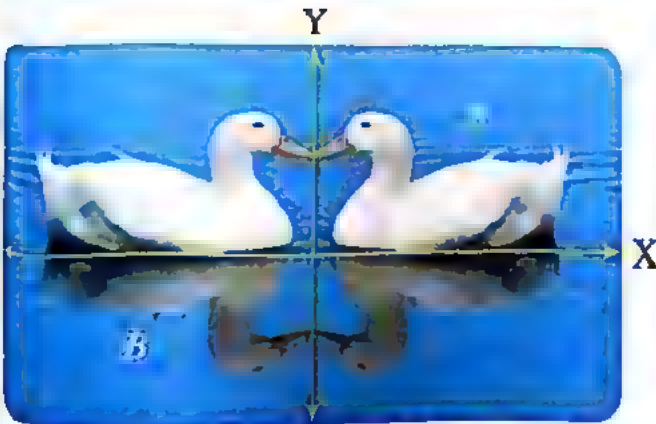
### أهداف التعلم

- أن يعرف الطالب مفهوم تركيب التحويلات الهندسية.
- أن يرسم الطالب صورة شكل هندسي بتركيب انعكاسين على محوري الإحداثيات.
- أن يرسم الطالب صورة شكل هندسي بتركيب انتقالين في النظام الإحداثي.
- أن يرسم الطالب صورة شكل هندسي بتركيب دورانين في النظام الإحداثي.

- تركيب التحويلات (Composite Transformations)

- يكافئ (Equivalent)

مفردات الشائعة



شكل من الشكل

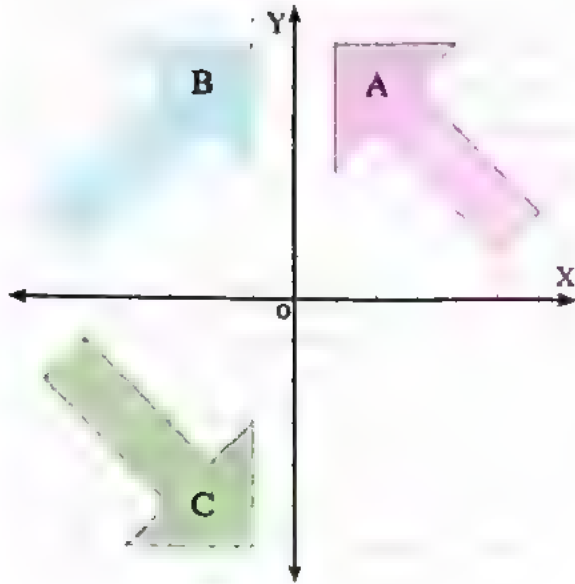
في الصورة التي أمامك  
ما التحويل أو التحويلات الهندسية  
التي تتم على الطائر A  
لتصبح صورته الطائر B ؟

في هذا الدرس سوف نتعلم كيفية عمل تركيبات بسيطة للتحويلات الهندسية (الانعكاس ، الانتقال ، الدوران)  
مما يمكنك من الإجابة عن مثل هذا السؤال.

## تعلم تركيب التحويلات الهندسية

- هو إجراء تحويلات هندسية متتابة على شكل هندسي وفي بعض الأحيان يمكن وصف الشكل الهندسي الناتج من التركيب بتحويل هندسي واحد مكافئ لهذا التركيب.

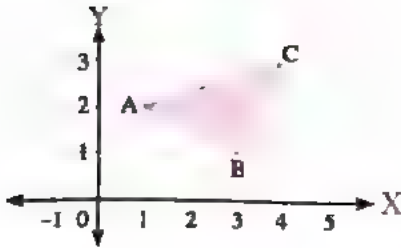
فمثلاً في الشكل المقابل



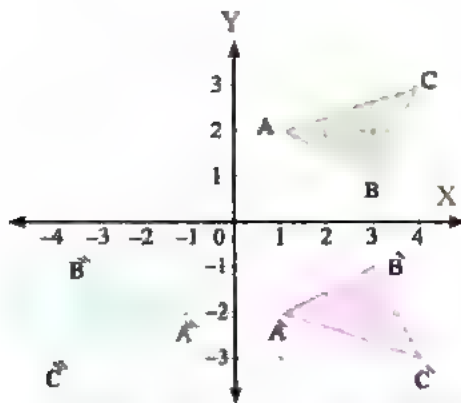
السهم B هو صورة السهم A بالانعكاس في محور Y  
والسهم C هو صورة السهم B بالانعكاس في محور X  
وبالتالي فإن السهم C هو صورة السهم A بالانعكاس  
في محور Y متبوعاً بالانعكاس في محور X وهو يكافئ  
دوراناً  $R(O, \pm 180^\circ)$

### مثال 1

ارسم المثلث  $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$  صورة المثلث ABC بالانعكاس في محور X  
ثم ارسم المثلث  $\hat{A}''\hat{B}''\hat{C}''$  صورة المثلث  $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$  بالانعكاس في محور Y :



الحل



$$\triangleright A(1, 2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور X}} \hat{A}(1, -2) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور Y}} \hat{A}''(-1, -2)$$

$$\triangleright B(3, 1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور X}} \hat{B}(3, -1) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور Y}} \hat{B}''(-3, -1)$$

$$\triangleright C(4, 3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور X}} \hat{C}(4, -3) \xrightarrow{\text{بالانعكاس في محور Y}} \hat{C}''(-4, -3)$$

المثلث  $\hat{A}''\hat{B}''\hat{C}''$  صورة المثلث ABC بالانعكاس في محور X،

متبوعاً بالانعكاس في محور Y

### ملاحظة

- التحويل الهندسي الذي يكافئ (الانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y) هو دوران  $R(O, \pm 180^\circ)$
- التحويل الهندسي الذي يكافئ (الانعكاس في محور Y متبوعاً بالانعكاس في محور X) هو دوران  $R(O, \pm 180^\circ)$
- صورة أي شكل هندسي بالانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس مرة أخرى في محور X هو نفس الشكل الهندسي.

### سؤال 1

ارسم صورة المستطيل ABCD حيث  $A(2, 1)$ ،  $B(-3, 1)$ ،  $C(-3, 3)$ ،  $D(2, 3)$  بالانعكاس في محور X  
متبوعاً بالانعكاس في محور Y



## مثال 2

ارسم المثلث ABC حيث  $A(2, 2)$ ،  $B(4, 2)$ ،  $C(2, 5)$ ؛ ثم ارسم صورته بالانتقال  $(-2, -1)$  متبوعًا بالانتقال  $(-3, -3)$ .

**الحل**

$$A(2, 2) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-2, -1)} A'(0, 1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3, -3)} A''(-3, -2)$$

$$B(4, 2) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-2, -1)} B'(2, 1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3, -3)} B''(-1, -2)$$

$$C(2, 5) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-2, -1)} C'(0, 4) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-3, -3)} C''(-3, 1)$$

من الشكل  $\triangle A''B''C''$  صورة

$\triangle ABC$  بالانتقال  $(-2, -1)$

متبوعًا بالانتقال  $(-3, -3)$

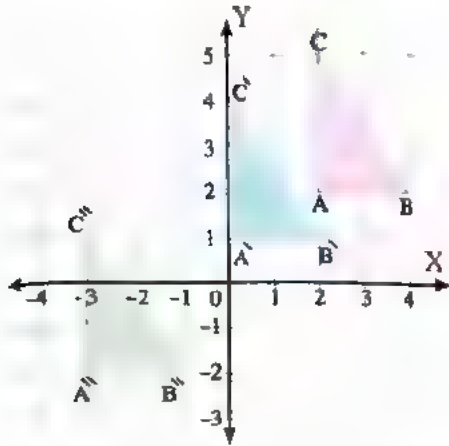
• لاحظان

$\triangle A''B''C''$  هو صورة  $\triangle ABC$  بالانتقال  $(-2 + (-3), -1 + (-3))$

أي  $(-5, -4)$  أى أن التحويل الهندسى الذى يكافئ الانتقال  $(-2, -1)$

متبوعًا بالانتقال  $(-3, -3)$  هو الانتقال  $(-5, -4)$  ويلاحظ أيضًا أن

عملية تركيب انتقالين هى عملية إبدالية.



## مثال 3

ارسم المضلع ABCD حيث  $A(-1, 1)$ ،  $B(2, 1)$ ،  $C(2, 3)$ ،  $D(0, 4)$ ؛ ثم أوجد صورته بالانتقال  $(1, -4)$  متبوعًا بالانتقال  $(-5, 5)$

**الحل**

$$A(-1, 1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (1, -4)} A'(0, -3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-5, 5)} A''(-5, 2)$$

$$B(2, 1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (1, -4)} B'(3, -3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-5, 5)} B''(-2, 2)$$

$$C(2, 3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (1, -4)} C'(3, -1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-5, 5)} C''(-2, 4)$$

$$D(0, 4) \xrightarrow{\text{بانتقال } (1, -4)} D'(1, 0) \xrightarrow{\text{بانتقال } (-5, 5)} D''(-4, 5)$$

المضلع  $A''B''C''D''$  صورة المضلع ABCD بالانتقال  $(1, -4)$

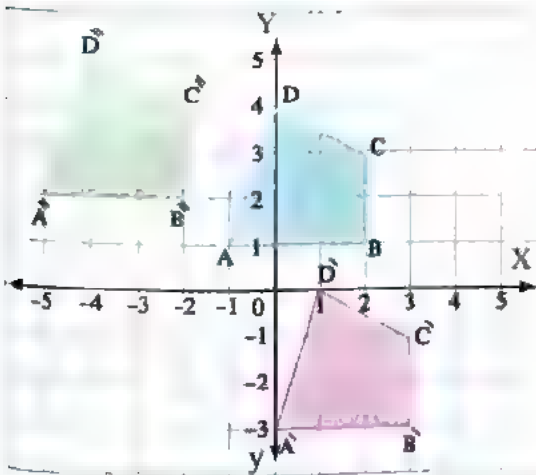
متبوعًا بالانتقال  $(-5, 5)$

• لاحظان

التحويل الهندسى الذى يكافئ

[انتقال  $(a, b)$  متبوعًا بانتقال  $(c, d)$ ]

هو الانتقال  $(a + c, b + d)$ .



## سؤال 2

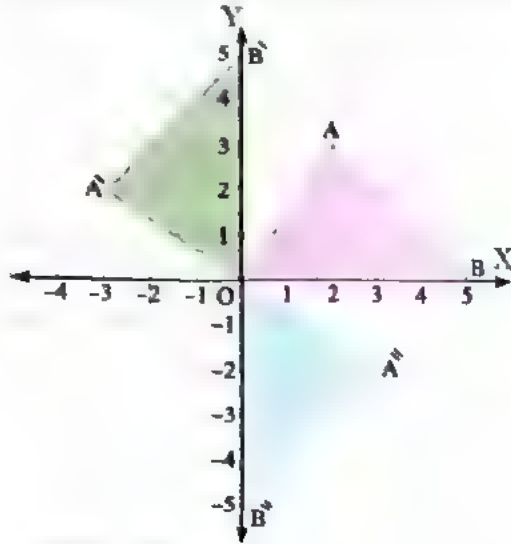
ارسم المثلث ABC حيث  $A(1, 2)$ ،  $B(3, 1)$ ،  $C(4, 3)$ ؛ ثم أوجد صورته بالانتقال  $(3, -4)$  متبوعًا بالانتقال  $(-3, 1)$

#### مثال 4

ارسم صورة المثلث ABO حيث، A (2, 3)، B (5, 0)، O (0, 0) بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بدوران  $R(O, 180^\circ)$

**الحل**

$$\begin{aligned} & A(2, 3) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} \hat{A}(-3, 2) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} A''(3, -2) \\ & B(5, 0) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} \hat{B}(0, 5) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} B''(0, -5) \\ & O(0, 0) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} O(0, 0) \xrightarrow{R(O, 180^\circ)} O(0, 0) \end{aligned}$$



$\Delta ABO$  صورة  $\Delta A'' B'' O''$

بالدوران  $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بدوران  $R(O, 180^\circ)$

• **لاحظ أن**

•  $\Delta A'' B'' O''$  هو صورة  $\Delta ABO$

بالدوران  $R(O, 270^\circ)$  أي  $R(O, -90^\circ)$  أي أن التحويل الهندسي

الذي يكافئ الدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بالدوران  $R(O, 180^\circ)$

هو الدوران  $R(O, -90^\circ)$  أو  $R(O, 270^\circ)$

• التحويل الهندسي الذي يكافئ الدوران  $R(O, \theta_1)$

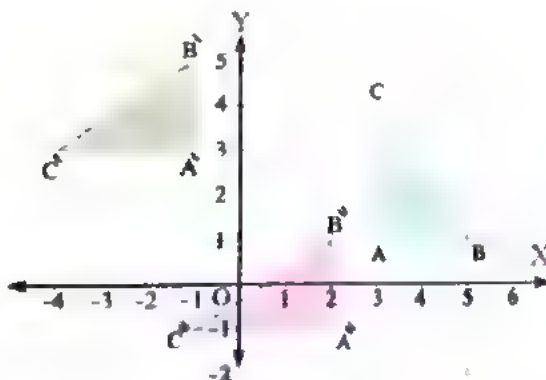
متبوعاً بالدوران  $R(O, \theta_2)$  هو الدوران  $R(O, \theta_1 + \theta_2)$

#### مثال 5

ارسم صورة المثلث ABC حيث A (3, 1)، B (5, 1)، C (3, 4) بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بانتقال (3, -4)

**الحل**

$$\begin{aligned} & A(3, 1) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} \hat{A}(-1, 3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3, -4)} A''(2, -1) \\ & B(5, 1) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} \hat{B}(-1, 5) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3, -4)} B''(2, 1) \\ & C(3, 4) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} \hat{C}(-4, 3) \xrightarrow{\text{بانتقال } (3, -4)} C''(-1, -1) \end{aligned}$$



المثلث  $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$  هو صورة المثلث ABC بالدوران  $R(O, 90^\circ)$

، المثلث  $A'' B'' C''$  هو صورة المثلث  $\hat{A}\hat{B}\hat{C}$  بالانتقال (3, -4)

فيكون  $\Delta A'' B'' C''$  صورة  $\Delta ABC$  بالدوران  $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بالانتقال (3, -4)

#### سؤال 3

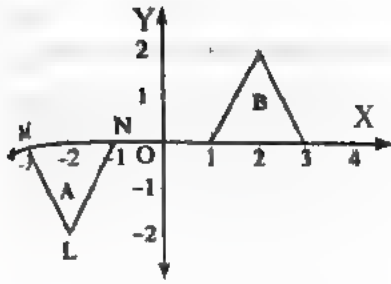
ارسم المعين ABCD حيث A (-1, -3)، B (2, -5)، C (5, -3)، D (2, -1)

ثم أوجد صورته بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعاً بالدوران  $R(O, -90^\circ)$

## مثال 6

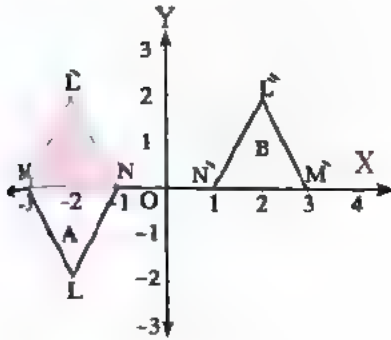
اكتب التحويلات الهندسية التي تجعل

المثلث B صورة المثلث A



**الحل**

التحويلات الهندسية التي تجعل المثلث B هي صورة المثلث A هي:  
انعكاس في محور X متبوعاً بانعكاس في محور Y حيث إن:



$$L(-2, -2) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور X}} L'(-2, 2) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور Y}} L''(2, 2)$$

$$M(-3, 0) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور X}} M'(-3, 0) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور Y}} M''(3, 0)$$

$$N(-1, 0) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور X}} N'(-1, 0) \xrightarrow{\text{انعكاس في محور Y}} N''(1, 0)$$

أي أن:  $\Delta LMN$  هو صورة  $\Delta L'M'N'$

أي أن: المثلث B صورة المثلث A بالانعكاس في محور X متبوعاً بانعكاس في محور Y ← تراعى الحلول الأخرى

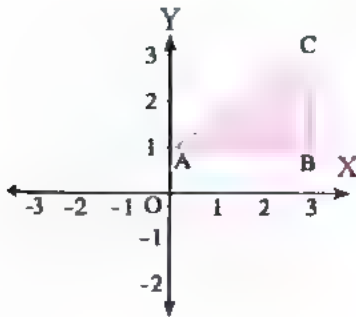
## مثال 7

باستخدام التحويل الهندسي

$$(x, y) \longrightarrow (-y, x-2)$$

أوجد صورة المثلث في الشكل المقابل

واذكر التركيب المستخدم في هذا التحويل الهندسي.



**الحل**

$$A(0, 1) \longrightarrow A'(-1, -2)$$

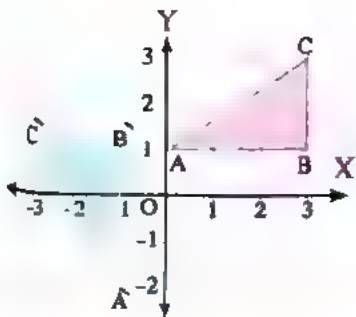
$$B(3, 1) \longrightarrow B'(-1, 1)$$

$$C(3, 3) \longrightarrow C'(-3, 1)$$

التركيب المستخدم في هذا التحويل الهندسي

هو الدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بالانتقال  $(0, -2)$  حيث:

$$(x, y) \xrightarrow{R(O, 90^\circ)} (-y, x) \xrightarrow{\text{انتقال } (0, -2)} (-y, x-2)$$



## سؤال 4

باستخدام التحويل الهندسي  $(x, y) \longrightarrow (x, -2-y)$

أوجد صورة المثلث ABC حيث  $A(2, 2)$ ,  $B(2, 5)$ ,  $C(4, 2)$

واذكر التركيب المستخدم في هذا التحويل الهندسي.

1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 صورة النقطة (2, 9) بالانعكاس في محور X متبوعًا بالانعكاس في محور Y هي  
 (أ) (2, -9) (ب) (-2, 9) (ج) (-2, -9) (د) (2, 9)
- 2 صورة النقطة (4, 5) بالانعكاس في محور Y متبوعًا بالانعكاس في محور X هي  
 (أ) (4, -5) (ب) (-4, 5) (ج) (-4, -5) (د) (4, 5)
- 3 صورة النقطة (2, -3) بالانعكاس في محور X متبوعًا بالانعكاس في محور Y هي  
 (أ) (2, 3) (ب) (-2, 3) (ج) (2, -3) (د) (-2, -3)
- 4 صورة النقطة (1, -4) بالانعكاس في محور Y متبوعًا بالانعكاس في محور X هي  
 (أ) (1, 4) (ب) (-1, 4) (ج) (1, -4) (د) (-1, -4)
- 5 صورة النقطة (-5, 7) بالانعكاس في محور X متبوعًا بالانعكاس في محور Y هي  
 (أ) (5, 7) (ب) (-5, 7) (ج) (5, -7) (د) (-5, -7)
- 6 صورة النقطة (-6, 4) بالانعكاس في محور Y متبوعًا بالانعكاس في محور X هي  
 (أ) (6, 4) (ب) (-6, 4) (ج) (6, -4) (د) (-6, -4)
- 7 صورة النقطة (-2, -4) بالانعكاس في محور X متبوعًا بالانعكاس في محور Y هي  
 (أ) (2, 4) (ب) (-2, 4) (ج) (2, -4) (د) (-2, -4)
- 8 صورة النقطة (-3, -5) بالانعكاس في محور Y متبوعًا بالانعكاس في محور X هي  
 (أ) (3, 5) (ب) (-3, 5) (ج) (3, -5) (د) (-3, -5)
- 9 صورة النقطة (0, 7) بالانعكاس في محور X متبوعًا بالانعكاس في محور Y هي  
 (أ) (0, 7) (ب) (0, -7) (ج) (7, 0) (د) (-7, 0)
- 10 صورة النقطة (0, 5) بالانعكاس في محور Y متبوعًا بالانعكاس في محور X هي  
 (أ) (0, 5) (ب) (5, 0) (ج) (-5, 0) (د) (0, -5)
- 11 صورة النقطة (6, 0) بالانعكاس في محور X متبوعًا بالانعكاس في محور Y هي  
 (أ) (6, 0) (ب) (-6, 0) (ج) (0, 6) (د) (0, -6)
- 12 صورة النقطة (8, 0) بالانعكاس في محور Y متبوعًا بالانعكاس في محور X هي  
 (أ) (8, 0) (ب) (0, 8) (ج) (-8, 0) (د) (0, -8)
- 13 صورة النقطة (3, 4) بالانعكاس في محور X متبوعًا بالانعكاس في محور X مرة أخرى هي  
 (أ) (3, 4) (ب) (-3, 4) (ج) (3, -4) (د) (-3, -4)

14 [1] صورة النقطة  $(-3, 5)$  بالانعكاس في محور  $X$  متبوعًا بالانعكاس في محور  $X$  مرة أخرى هي

- (أ)  $(3, -5)$  (ب)  $(-3, -5)$  (ج)  $(-3, 5)$  (د)  $(3, 5)$

15 صورة النقطة  $(-1, 2)$  بالانعكاس في محور  $Y$  متبوعًا بالانعكاس في محور  $Y$  مرة أخرى هي

- (أ)  $(1, 2)$  (ب)  $(-1, 2)$  (ج)  $(1, -2)$  (د)  $(-1, -2)$

16 صورة النقطة  $(-4, -7)$  بالانعكاس في محور  $Y$  متبوعًا بالانعكاس في محور  $Y$  مرة أخرى هي

- (أ)  $(4, 7)$  (ب)  $(4, -7)$  (ج)  $(-4, 7)$  (د)  $(-4, -7)$

17 صورة النقطة  $(3, 5)$  بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, -180^\circ)$  هي

- (أ)  $(-3, 5)$  (ب)  $(-5, -3)$  (ج)  $(-5, 3)$  (د)  $(5, -3)$

18 [1] صورة النقطة  $(-2, 4)$  بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, -180^\circ)$  هي

- (أ)  $(-4, 2)$  (ب)  $(4, 2)$  (ج)  $(-4, -2)$  (د)  $(4, -2)$

19 صورة النقطة  $(5, 7)$  بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  هي

- (أ)  $(5, 7)$  (ب)  $(-5, 7)$  (ج)  $(7, 5)$  (د)  $(-5, -7)$

20 صورة النقطة  $(-3, 0)$  بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  هي

- (أ)  $(3, 0)$  (ب)  $(0, 3)$  (ج)  $(0, -3)$  (د)  $(-3, 0)$

21 صورة النقطة  $(-4, 6)$  بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, 270^\circ)$  هي

- (أ)  $(6, 4)$  (ب)  $(6, -4)$  (ج)  $(-6, 4)$  (د)  $(-6, -4)$

22 صورة النقطة  $(2, 5)$  بالانتقال  $(x, y) \rightarrow (x + 1, y + 2)$  متبوعًا بالانتقال  $(2, 3)$  هي

- (أ)  $(3, 7)$  (ب)  $(5, 10)$  (ج)  $(7, 3)$  (د)  $(10, 5)$

23 صورة النقطة  $(-1, 0)$  بالانتقال  $(1, 0)$  متبوعًا بالانتقال  $(2, -3)$  هي

- (أ)  $(2, -3)$  (ب)  $(0, 0)$  (ج)  $(1, 0)$  (د)  $(-1, 0)$

24 صورة النقطة  $(-2, 3)$  بالانتقال  $(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$  متبوعًا بالانتقال  $(-1, 2)$  هي

- (أ)  $(-3, 5)$  (ب)  $(-2, 3)$  (ج)  $(-4, 3)$  (د)  $(0, 0)$

25 صورة النقطة  $(2, 9)$  بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي

- (أ)  $(2, 9)$  (ب)  $(2, -9)$  (ج)  $(-9, -2)$  (د)  $(9, -2)$

26 صورة النقطة  $(-3, 5)$  بالانتقال  $(1, -4)$  متبوعًا بالانتقال  $(2, 4)$  هي

- (أ)  $(-5, 1)$  (ب)  $(0, 5)$  (ج)  $(-5, 9)$  (د)  $(5, 9)$

27 صورة النقطة  $(2, 4)$  بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي

- (أ)  $(-2, -4)$  (ب)  $(-4, 2)$  (ج)  $(2, -4)$  (د)  $(2, 4)$

28 صورة النقطة  $(-3, 5)$  بالدوران  $R(O, -270^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي

- (أ)  $(3, 5)$  (ب)  $(-3, 5)$  (ج)  $(-5, 3)$  (د)  $(5, 3)$



29 التحويل الهندسي الذي يكافئ الانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y هو

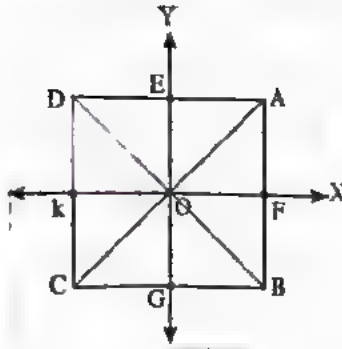
( أ ) دوران  $R(O, 90^\circ)$  (ب) دوران  $R(O, 180^\circ)$

(ج) دوران  $R(O, 360^\circ)$  (د) دوران  $R(O, 270^\circ)$

30 التحويل الهندسي الذي يكافئ انتقالاً (1, 3) متبوعاً بانتقال (0, 2) هو

( أ ) انتقال (1, 5) (ب) انتقال (-1, -1)

(ج) انتقال (1, 1) (د) انتقال (0, 5)



31 صورة  $\triangle DKO$  بالانعكاس في محور X متبوعاً

بالانعكاس في محور Y هي

( أ )  $\triangle BFO$  (ب)  $\triangle CKO$

(ج)  $\triangle AFO$  (د)  $\triangle BGO$

32 في الشكل المقابل:

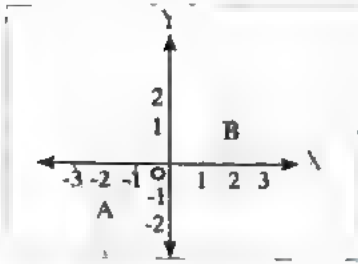
أى التحويلات التالية تجعل المثلث B صورة المثلث A ؟

( أ ) انتقال مقداره 4 وحدات لليمين يتبعه انتقال وحدتين لأعلى.

(ب) انعكاس في محور Y ، يتبعه انعكاس في محور X.

(ج) دوران  $R(O, 180^\circ)$  ، يتبعه الدوران  $R(O, 180^\circ)$ .

(د) دوران  $R(O, 90^\circ)$  ، يتبعه الدوران  $R(O, 180^\circ)$ .



2 أكمل:

1 صورة النقطة (3, 8) بالانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y هي

2 صورة النقطة (4, -2) بالانتقال (1, 5) متبوعاً بالانعكاس في محور X هي

3 صورة النقطة (-5, -4) بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بالانتقال (2, 3) هي

4 صورة النقطة (7, -3) بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعاً بالانتقال (1, 2) هي

5 صورة النقطة (-1, 5) بالانعكاس في محور Y متبوعاً بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي

6 صورة النقطة (6, -4) بالدوران  $R(O, 270^\circ)$  متبوعاً بالدوران  $R(O, -180^\circ)$  هي

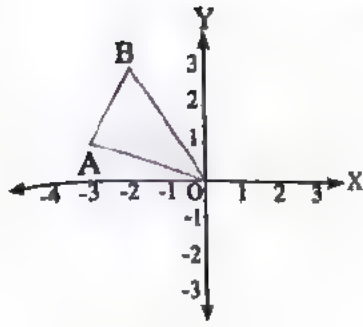
7 صورة النقطة (8, -3) بالانعكاس في محور Y متبوعاً بالانعكاس في محور X هي

8 صورة النقطة (9, 2) بالانتقال (-5, 3) متبوعاً بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي

9 صورة النقطة (-5, 0) بالانتقال (4, -2) متبوعاً بالانتقال (3, 7) هي

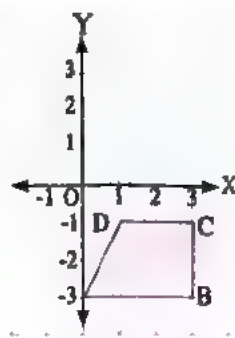
10 صورة النقطة (6, -4) بالانعكاس في محور X متبوعاً بالانتقال (0, 2) هي

3. ا. انسخ كل شكل عل ورق المربعات، ثم ارسم صورته بالتحويلات الهندسية المذكورة أسفله:



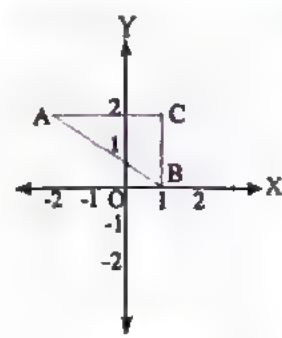
دوران  $R(O, 90^\circ)$

متبوعاً بدوران  $R(O, -180^\circ)$



انتقال  $(-1, 0)$

متبوعاً بانتقال  $(-1, 5)$



انعكاس في محور X

متبوعاً بالانعكاس في محور Y

4. ارسم صورة  $\triangle ABC$  بالانعكاس في محور X، ثم ارسم صورة  $\triangle A'B'C'$  بالانعكاس في محور Y حيث  $A(2, 1), B(5, 2), C(3, 4)$ .

5. ارسم صورة  $\triangle ABC$  حيث  $A(0, 3), B(-3, 0), C(-4, 2)$  بالانعكاس في محور Y متبوعاً بالانعكاس في محور X.

6. ارسم صورة  $\triangle ABC$  حيث  $A(2, -1), B(5, 1), C(3, 3)$  بالانعكاس في محور Y متبوعاً بانتقال  $(3, -2)$ .

7. ارسم في المستوى الإحداثي المثلث ABC حيث  $A(1, 0), B(1, 4), C(3, 4)$ ، ثم ارسم صورته بالانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y.

8. ارسم في المستوى الإحداثي القطعة المستقيمة  $\overline{AB}$  حيث  $A(-1, 0), B(0, 3)$ ،

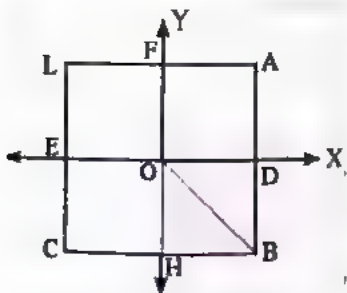
ثم ارسم صورة  $\overline{AB}$  بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بالدوران  $R(O, 180^\circ)$ .

9. ارسم في المستوى الإحداثي المربع ABCD حيث  $A(-1, 0), B(3, 0), C(3, 4), D(-1, 4)$ ، ثم ارسم صورته بالانتقال  $(1, 0)$  متبوعاً بالانتقال  $(x, y) \rightarrow (x - 2, y)$ .

10. قام كل من أحمد وخديجة بإيجاد صورة النقطة  $A(3, -4)$  بالانتقال  $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 5)$ ، ثم بالانتقال  $(0, -5)$ . فهل كل من أحمد وخديجة اتبع الطريقة الصحيحة في الحل؟ ناقش. هل عملية تركيب انتقالين عملية إبدالية أم لا؟

حل أحمد	حل خديجة
$A(3, -4) \xrightarrow{\text{بانتقال } (2, 5)} A'(5, 1) \xrightarrow{\text{بانتقال } (0, -5)} A''(5, -4)$	$A(3, -4) \xrightarrow{\text{بانتقال } (0, -5)} \hat{A}(3, -9) \xrightarrow{\text{بانتقال } (2, 5)} \hat{A}''(5, -4)$

تحقق نفسك



11. في الشكل المقابل أوجد:

1. صورة المربع FADO بالانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y.

2. صورة المثلث OHB بالانعكاس في محور Y متبوعاً بالانعكاس في محور X.

3. صورة المربع LFOE بدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بالانعكاس في محور Y.

اولا قياس المفاهيم:

1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 مساحة المربع الذي طول قطره 12 سم تساوى مستقيماً مربعاً.  
(أ) 18 (ب) 36 (ج) 72 (د) 144
- 2 مساحة المعين الذي طولاً قطريه 7 سم، 16 سم تساوى مستقيماً مربعاً.  
(أ) 23 (ب) 28 (ج) 56 (د) 112
- 3 مساحة المعين الذي طول ضلعه 10 سم، وارتفاعه 8 سم تساوى مستقيماً مربعاً.  
(أ) 18 (ب) 20 (ج) 40 (د) 80
- 4 معين محيطه 20 سم، وارتفاعه 9 سم، فإن مساحته تساوى مستقيماً مربعاً.  
(أ) 45 (ب) 90 (ج) 22.5 (د) 180
- 5 وحدات قياس الطول في النظام الإنجليزى  
(أ) البوصة فقط (ب) القدم والياردة فقط  
(ج) الميل فقط (د) جميع ما سبق
- 6 مربع محيطه 40 متراً، فإن مساحته تساوى متر مربع.  
(أ) 16 (ب) 40 (ج) 20 (د) 100
- 7 معين طول ضلعه 10 أقدام وارتفاعه 9.6 قدم وطول أحد قطريه 12 قدماً، فإن طول القطر الآخر يساوى قدم.  
(أ) 16 (ب) 8 (ج) 4 (د) 96
- 8 معين طولاً قطريه 20 بوصة، 30 بوصة فإن مساحته تساوى بوصة مربعة.  
(أ) 150 (ب) 300 (ج) 500 (د) 600
- 9 شبه منحرف ارتفاعه 10 سم وطولاً كل من قاعدتيه المتوازيين 6 سم، 14 سم، فإن مساحته = مستقيماً مربعاً.  
(أ) 50 (ب) 100 (ج) 200 (د) 300
- 10 شبه منحرف ارتفاعه 8 سم، ومجموع طولى قاعدتيه المتوازيين 17 سم، فإن مساحته = مستقيماً مربعاً.  
(أ) 34 (ب) 68 (ج) 42 (د) 136
- 11 شبه منحرف مساحته 45 بوصة مربعة، وارتفاعه 5 بوصات، فإن طول قاعدته المتوسطة = بوصة.  
(أ) 9 (ب) 18 (ج) 4.5 (د) 36

12 شبه منحرف مساحته 54 سنتيمتراً مربعاً وارتفاعه 9 سم ، فإذا كان طول قاعدته الصغرى يساوى 4 سم فإن طر قاعدته الكبرى = مس.

(أ) 4 (ب) 6 (ج) 8 (د) 12

13 إذا كانت مساحة معين 40 وحدة مربعة، فإن حاصل ضرب طولي قطريه يساوى .

(أ) 20 (ب) 40 (ج) 80 (د) 10

14 إذا كانت مساحة مربع 288 وحدة مربعة، فإن طول قطره يساوى وحدة طول.

(أ) 6 (ب) 12 (ج) 24 (د) 48

15 معين طولاً قطريه  $(x-2)$  سم،  $(x+2)$  سم، فإن مساحته = سنتيمتراً مربعاً.

(أ)  $\frac{1}{2}(x^2-2)$  (ب)  $x^2-4$  (ج)  $2(x^2-2)$  (د)  $\frac{1}{2}x^2-2$

16 مربع طول قطره  $2T$  وحدة طول، فإن مساحته = وحدة مربعة.

(أ)  $2T^2$  (ب)  $4T^2$  (ج)  $T^2$  (د)  $8T^2$

17 الانعكاس فى مستقيم والانتقال والدوران حول نقطة فى المستوى يحافظ على .

(أ) أطوال القطع المستقيمة فقط (ب) التوازى فقط

(ج) قياسات الزوايا فقط (د) جميع ما سبق

18 صورة النقطة  $(3, -5)$  سم، بالانعكاس فى محور X هى .

(أ)  $(3, 5)$  (ب)  $(-3, 5)$  (ج)  $(3, -5)$  (د)  $(-3, -5)$

19 صورة النقطة  $(-7, 4)$  ، بالانعكاس فى محور Y هى .

(أ)  $(7, 4)$  (ب)  $(-7, 4)$  (ج)  $(7, -4)$  (د)  $(-7, -4)$

20 النقطة  $(-1, 2)$  ، هى صورة النقطة  $(-1, -2)$  بالتحويل الهندسى .

(أ) بالانعكاس فى محور X (ب) بالانعكاس فى محور Y

(ج) بالدوران  $R(0, 180^\circ)$  (د) بالدوران  $R(0, 90^\circ)$

21 صورة النقطة  $(3, -7)$  ، بالانتقال  $(-6, 0)$  هى .

(أ)  $(3, 7)$  (ب)  $(-3, 7)$  (ج)  $(3, -7)$  (د)  $(-3, -7)$

22 صورة النقطة  $(0, -5)$  ، بالانتقال  $(x-2, y+1) \rightarrow (x, y)$  هى .

(أ)  $(0, 5)$  (ب)  $(0, -5)$  (ج)  $(-2, -4)$  (د)  $(-2, -6)$

23 الانتقال الذى يجعل النقطة  $\hat{A}(9, -2)$  هى صورة النقطة  $A(-5, -3)$  هو .

(أ)  $(14, 1)$  (ب)  $(-14, -1)$  (ج)  $(-4, -1)$  (د)  $(4, 1)$

24 النقطة  $(2, 9)$  ، صورتها بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هى .

(أ)  $(9, 2)$  (ب)  $(-9, -2)$  (ج)  $(9, -2)$  (د)  $(-9, 2)$

- 25 النقطة (2, -9) صورتها بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي
- (أ) (2, 9) (ب) (-2, -9) (ج) (-2, 9) (د) (2, -9)
- 26 النقطة (-3, 0) صورتها بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي
- (أ) (3, 0) (ب) (-3, 0) (ج) (0, 3) (د) (0, -3)
- 27 النقطة (-2, -4) صورتها بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي
- (أ) (4, 2) (ب) (4, -2) (ج) (-4, 2) (د) (-4, -2)
- 28 النقطة (5, -1) صورتها بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  هي
- (أ) (1, 5) (ب) (-1, 5) (ج) (1, -5) (د) (-1, -5)
- 29 صورة النقطة (2, 4) بالدوران  $R(O, -270^\circ)$  هي
- (أ) (4, 2) (ب) (-4, 2) (ج) (4, -2) (د) (-4, -2)
- 30 صورة النقطة (-6, 5) بالدوران  $R(O, -270^\circ)$  هي
- (أ) (5, 6) (ب) (-5, 6) (ج) (5, -6) (د) (-5, -6)
- 31 صورة النقطة (1, 2) بالدوران  $R(O, 360^\circ)$  هي
- (أ) (1, 2) (ب) (-1, -2) (ج) (-1, -2) (د) (1, -2)
- 32 إذا كانت النقطة (3, -4) هي صورة النقطة  $(m+1, n-2)$  بالانعكاس في محور X فإن  $m+n =$
- (أ) -4 (ب) 6 (ج) 4 (د) 8
- 33 إذا كانت النقطة  $\hat{A}(x+1, -2)$  صورة النقطة A (-4, 2) بالدوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها  $180^\circ$  فإن  $x =$
- (أ) -3 (ب) 3 (ج) -2 (د) -4
- 34 إذا كانت النقطة  $\hat{A}(x+3, y-1)$  هي صورة النقطة A (-2, 9) بالانعكاس في محور Y فإن  $x+y =$
- (أ) -1 (ب) 1 (ج) -9 (د) 9
- 35 الدوران الذي يجعل الشكل هو صورة نفسه هو دوران حول نقطة الأصل O بزاوية قياسها
- (أ)  $90^\circ$  (ب)  $-90^\circ$  (ج)  $180^\circ$  (د)  $360^\circ$
- 36 إذا كانت النقطة  $\hat{A}(m, n)$  هي صورة النقطة A (3, 4) بالدوران  $R(O, 90^\circ)$ ، فإن  $m-n =$
- (أ) -1 (ب) 1 (ج) 7 (د) -7
- 37 صورة النقطة (3, 8) بالانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y هي
- (أ) (3, 8) (ب) (-3, 8) (ج) (3, -8) (د) (-3, -8)
- 38 صورة النقطة (-1, 2) بالانعكاس في محور Y متبوعاً بالانعكاس في محور X هي
- (أ) (1, 2) (ب) (-1, 2) (ج) (1, -2) (د) (-1, -2)



39 صورة النقطة (3, 4) بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعًا بدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي

- (أ) (4, 3) (ب) (-4, 3) (ج) (4, -3) (د) (-4, -3)

40 صورة النقطة (6, -5) بالانتقال (2, 1) متبوعًا بالانتقال (4, -3) هي

- (أ) (-1, 8) (ب) (-1, 4) (ج) (1, 4) (د) (-1, -4)

41 صورة النقطة (-7, -8) بالانعكاس في محور  $X$  متبوعًا بالدوران  $R(O, 270^\circ)$  هي

- (أ) (8, 7) (ب) (-8, 7) (ج) (8, -7) (د) (-8, -7)

42 صورة النقطة (-1, 2) بالانعكاس في محور  $Y$  متبوعًا بالانتقال (4, -3) هي

- (أ) (2, 4) (ب) (-2, 4) (ج) (2, -4) (د) (-2, -4)

43 صورة النقطة (-3, 4) بالانعكاس في محور  $X$  متبوعًا بالانعكاس في محور  $X$  مرة أخرى هي

- (أ) (4, 3) (ب) (-4, 3) (ج) (4, -3) (د) (-4, -3)

44 صورة النقطة (5, -6) بالانعكاس في محور  $X$  متبوعًا بالانتقال  $(x + 2, y) \rightarrow (x, y)$  هي

- (أ) (4, 5) (ب) (-4, 5) (ج) (4, -5) (د) (-4, -5)

45 صورة النقطة (-7, -8) بالانعكاس في محور  $X$  متبوعًا بدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي

- (أ) (7, 8) (ب) (-7, 8) (ج) (7, -8) (د) (-7, -8)

46 صورة النقطة (3, 1) بالانعكاس في محور  $X$  متبوعًا بدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي

- (أ) (1, 3) (ب) (-1, 3) (ج) (1, -3) (د) (-1, -3)

47 صورة النقطة (1, 5) بالانعكاس في محور  $Y$  متبوعًا بالانعكاس في محور  $Y$  مرة أخرى هي

- (أ) (5, 1) (ب) (-5, 1) (ج) (5, -1) (د) (-5, -1)

48 صورة النقطة (5, -1) بالانعكاس في محور  $Y$  متبوعًا بدوران  $R(O, 270^\circ)$  هي

- (أ) (5, 1) (ب) (-5, 1) (ج) (5, -1) (د) (-5, -1)

49 صورة النقطة (-6, 4) بالانتقال (1, -3) متبوعًا بالانعكاس في محور  $Y$  هي

- (أ) (1, 5) (ب) (-1, 5) (ج) (1, -5) (د) (-1, -5)

50 صورة النقطة (7, -3) بالانتقال (-2, 1) متبوعًا بدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي

- (أ) (5, 2) (ب) (-5, 2) (ج) (5, -2) (د) (-5, -2)

51 صورة النقطة (3, -7) بدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعًا بالانعكاس في محور  $X$  هي

- (أ) (3, 7) (ب) (-3, 7) (ج) (3, -7) (د) (-3, -7)

- 52 صورة النقطة (5, 7) بدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بدوران  $R(O, 270^\circ)$  هي
- (أ) (5, 7) (ب) (-5, 7) (ج) (5, -7) (د) (-5, -7)
- 53 صورة النقطة (-4, 2) بدوران  $R(O, 270^\circ)$  متبوعاً بانعكاس في محور X هي
- (أ) (2, 4) (ب) (-2, 4) (ج) (2, -4) (د) (-2, -4)
- 54 صورة النقطة (-3, -1) بدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعاً بانعكاس في محور Y هي
- (أ) (3, 1) (ب) (-3, 1) (ج) (3, -1) (د) (-3, -1)
- 55 صورة النقطة (4, 5) بدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعاً بدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي
- (أ) (5, 4) (ب) (-5, 4) (ج) (5, -4) (د) (-5, -4)
- 56 صورة النقطة (7, 8) بدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعاً بدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي
- (أ) (7, 8) (ب) (-7, 8) (ج) (7, -8) (د) (-7, -8)
- 57 صورة النقطة (0, 0) بالانتقال (3, 4) متبوعاً بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي
- (أ) (4, 3) (ب) (-4, 3) (ج) (4, -3) (د) (-4, -3)
- 58 ما التحويل الهندسي الذي يكافئ الانعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y ؟
- (أ) دوران  $R(O, 90^\circ)$  (ب) دوران  $R(O, 180^\circ)$
- (ج) دوران  $R(O, 360^\circ)$  (د) دوران  $R(O, 270^\circ)$
- 59 التحويل الهندسي الذي يكافئ انتقالاً (2, 9) متبوعاً بانتقال (0, 8) هو الانتقال
- (أ) (-2, -1) (ب) (-2, 1) (ج) (2, 1) (د) (2, 17)
- 60 التحويل الهندسي الذي يكافئ انتقالاً (7, 7) متبوعاً بانتقال  $(x, y) \rightarrow (x, y - 3)$  هو الانتقال
- (أ) (7, 4) (ب) (7, 10) (ج) (7, -10) (د) (-7, 4)
- 61 ما التحويل الهندسي الذي يحول النقطة  $(x, y)$  إلى النقطة  $(-y + 1, x)$  ؟
- (أ) دوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بانتقال (1, 0) (ب) دوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بانتقال (0, 1)
- (ج) دوران  $R(O, 270^\circ)$  متبوعاً بانتقال (1, 0) (د) انتقال (1, 0) متبوعاً بدوران  $R(O, 90^\circ)$
- 62 ما التحويل الهندسي الذي يحول النقطة  $(x, y)$  إلى النقطة  $(x, -y)$  ؟
- (أ) دوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعاً بانعكاس في محور X
- (ب) انعكاس في محور X
- (ج) انعكاس في محور X متبوعاً بدوران  $R(O, 180^\circ)$
- (د) انعكاس في محور X متبوعاً بانعكاس في محور Y

## 2 اكمل ما يأتي

- 1 مساحة المربع الذي طول قطره 32 مترًا تساوي ..... مترًا مربعًا.
- 2 مساحة المعين الذي طولاً قطريه 14 بوصة، 6 بوصات تساوي ..... بوصة مربعة.
- 3 مساحة المعين الذي طول ضلعه 40 قدمًا، ارتفاعه 20 قدمًا تساوي ..... قدمًا مربعًا.
- 4 معين محيطه 120 سم، ارتفاعه 17 سم، فإن مساحته تساوي ..... سنتيمتر مربع.
- 5 مساحة مربع محيطه 32 سم تساوي ..... سنتيمتر مربع.
- 6 مساحة شبه المنحرف الذي ارتفاعه 18 سم، وطول كل من قاعدتيه المتوازيين 13 سم، 5 سم تساوي ..... سنتيمتر مربع.
- 7 مساحة شبه المنحرف الذي ارتفاعه 10 سم، ومجموع طول قاعدتيه المتوازيين 19 سم تساوي ..... سم.
- 8 شبه منحرف مساحته 221 سنتيمترًا مربعًا، ارتفاعه 13 سم، فإن طول قاعدته المتوسطة يساوي ..... سم.
- 9 شبه منحرف مساحته 140 سنتيمترًا مربعًا، ارتفاعه 7 سم، وطول إحدى قاعدتيه المتوازيين 29 سم، فإن طول القاعدة الأخرى يساوي ..... سم.
- 10 إذا كانت مساحة معين 198 وحدة مربعة، فإن حاصل ضرب طولى قطريه يساوي ..... وحدة مربعة.
- 11 إذا كانت مساحة مربع 968 وحدة مربعة، فإن طول قطره ..... وحدة طول.
- 12 مربع طول قطره (4F) وحدة طول، فإن مساحته تساوي ..... وحدة مساحة.
- 13 صورة النقطة (9, -2) بالانعكاس في محور X هي .....
- 14 صورة النقطة (5, 7) بالانعكاس في محور Y هي .....
- 15 صورة النقطة (1, -3) بالانتقال (0, 4) هي .....
- 16 صورة النقطة (6, -4) بالانتقال  $(x + 2, y - 1) \rightarrow (x, y)$  هي .....
- 17 صورة النقطة (8, -4) بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي .....
- 18 صورة النقطة (9, 1) بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  هي .....
- 19 صورة النقطة (2, 3) بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي .....
- 20 صورة النقطة (8, -1) بالدوران  $R(O, -270^\circ)$  هي .....
- 21 صورة النقطة (4, -5) بالدوران  $R(O, 270^\circ)$  هي .....
- 22 صورة النقطة (6, -1) بالدوران  $R(O, -180^\circ)$  هي .....
- 23 صورة النقطة (4, -3) بالدوران  $R(O, 360^\circ)$  هي .....
- 24 النقطة  $\hat{A}(2, -7)$  هي صورة النقطة  $A(2, 7)$  بالتحويل الهندسي .....
- 25 النقطة  $\hat{A}(-3, -4)$  هي صورة النقطة  $A(3, -4)$  بالتحويل الهندسي .....

- 26 النقطة  $\hat{A}(9, -2)$  هي صورة النقطة  $A(2, 9)$  بالتحويل الهندسي .  
 27 النقطة  $\hat{A}(-4, 3)$  هي صورة النقطة  $A(3, 4)$  بالتحويل الهندسي .  
 28 النقطة  $\hat{A}(-1, 6)$  هي صورة النقطة  $A(1, -6)$  بالتحويل الهندسي .  
 29 النقطة  $\hat{A}(4, -1)$  هي صورة النقطة  $A(4, -5)$  بالتحويل الهندسي .  
 30 الانتقال الذي يجعل النقطة  $\hat{A}(4, -3)$  صورة النقطة  $A(-1, 8)$  هو  
 31 إذا كانت النقطة  $\hat{A}(x-7, -2)$  صورة النقطة  $A(-4, 2)$  بالدوران حول نقطة الأصل  $O$  بزاوية قياسها  $180^\circ$ ،  
 فإن  $x =$

- 32 إذا كانت النقطة  $\hat{A}(7, k+1)$  هي صورة النقطة  $A(5, 8)$  بالانتقال  $(2, 3)$ ، فإن  $k =$   
 33 صورة النقطة  $(2, 9)$  بالانعكاس في محور  $Y$  متبوعاً بدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي  
 34 صورة النقطة  $(0, 8)$  بالانتقال  $(1, -5)$  متبوعاً بالانعكاس في محور  $X$  هي  
 35 صورة النقطة  $(1, 2)$  بالانتقال  $(3, 4)$  متبوعاً بدوران  $R(O, 270^\circ)$  هي  
 36 صورة النقطة  $(-3, 5)$  بالانتقال  $(-1, -8)$  متبوعاً بدوران  $R(O, -90^\circ)$  هي  
 37 صورة النقطة  $(0, 5)$  بالانتقال  $(3, 1)$  متبوعاً بدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي  
 38 صورة النقطة  $(2, 4)$  بدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بالانعكاس في محور  $Y$  هي  
 39 صورة النقطة  $(-7, 5)$  بدوران  $R(O, 90^\circ)$  متبوعاً بالانتقال  $(-1, -3)$  هي  
 40 صورة النقطة  $(4, -2)$  بدوران  $R(O, -180^\circ)$  متبوعاً بالانتقال  $(5, 0)$  هي  
 41 صورة النقطة  $(1, 3)$  بدوران  $R(O, -90^\circ)$  متبوعاً بدوران  $R(O, -90^\circ)$  هي

### ثانياً تطبيق المفاهيم العلمية:

- 3 أيهما أكبر في المساحة؟ مربع طول قطره 18 سنتيمتراً، أم معين طولاً قطريه 14 سنتيمتراً، 8 سنتيمترات.  
 4 أيهما أكبر في المساحة؟ معين طول ضلعه 9 سنتيمترات، وارتفاعه 6 سنتيمترات أم مستطيل طوله 6 سنتيمترات، وعرضه 8 سنتيمترات.  
 5 مربع طول قطره 12 قدماً ومتوازي أضلاع طول قاعدته 14 قدماً، والارتفاع المناظر لها 6 أقدام، أوجد مجموع مساحتهما.  
 6 شبه منحرف ارتفاعه 16 متراً، طولاً قاعدتيه المتوازيين 22 متراً، 8 أمتار، ومثلث طول قاعدته 30 متراً، وارتفاعه 14 متراً، أوجد مجموع مساحتهما.  
 7 شبه منحرف ارتفاعه 4 بوصات، طول قاعدته المتوسطة 15 بوصة، معين طولاً قطريه 8 بوصات، 6 بوصات، أوجد الفرق بين مساحتهما.  
 8 شبه منحرف مساحته 130 متراً مربعاً، وطولاً قاعدتيه المتوازيين 6 أمتار، 14 متراً، أوجد ارتفاعه.  
 9 شبه منحرف مساحته 136 متراً مربعاً، وارتفاعه 8 أمتار، أوجد طول قاعدته المتوسطة.

10 شبه منحرف مساحته 90 بوصة مربعة، وارتفاعه 6 بوصات، فإذا كان طول قاعدته الكبرى 19 بوصة، أوجد طول قاعدته الصغرى.

11 مربع مساحته 162 قدمًا مربعًا، أوجد طول قطره.

12 معين مساحته 99 وحدة مربعة، طول أحد قطريه 11 وحدة طول، أوجد طول القطر الآخر.

13 أوجد طول قطر المربع الذى مساحته تساوى مساحة معين طولاً قطريه 4 أمتار، 9 أمتار.

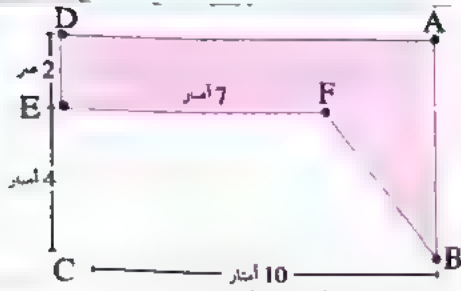
14 إذا كان طول أحد أقطار معين 10 بوصات، ومساحته تساوى مساحة مربع طول قطره 24 بوصة، فأوجد طول القطر الآخر للمعين.

15 شبه منحرف مساحته 210 أمتار مربعة، ارتفاعه 14 مترًا، والنسبة بين طولى قاعدتيه 3:2 فما طول كل منهما؟

16 قطعنا أرض متساويتان فى المساحة الأولى على شكل معين طولاً قطريه 8 أمتار، 23 مترًا والآخرى على شكل شبه منحرف ارتفاعه 4 أمتار، أوجد طول قاعدته المتوسطة.

17 فى الشكل المقابل

ما تكلفة طلاء الجزء المظلل إذا كان سعر طلاء المتر المربع منه يساوى 80 جنيهاً.



التحليل وتكامل المواد:

18 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 8$  سم،  $BC = 7$  سم،  $AC = 5$  سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

19 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 3$  سم،  $BC = 4$  سم،  $AC = 5$  سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

20 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 3$  سم،  $BC = 4$  سم،  $AC = 6$  سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه، ثم قم بتصنيف الضلع AB.

21 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 4$  سم،  $BC = 5$  سم،  $m(\angle B) = 120^\circ$ ، وحدد نوع المثلث باستخدام القياس بالنسبة لأطوال أضلاعه ثم نصف كلًا من  $\angle A$ ،  $\angle B$  بمتصفين يتقاطعان فى نقطة M.

22 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 5$  سم،  $m(\angle A) = 40^\circ$ ،  $m(\angle B) = 70^\circ$ ، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.

23 ارسم المثلث الذى رؤسه النقط: A (2, 4)، B (0, 5)، C (7, 7)، ثم ارسم صورته بالانعكاس فى محور Y.

24 ارسم القطعة المستقيمة AB طولها 5 سم، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار فى نقطة C. (لا تمسح الأقواس)

25 ارسم  $\angle ABC$  قياسها  $80^\circ$ ، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار بالمنصف BD. (لا تمسح الأقواس)



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيتين 10 سم، 14 سم، ارتفاعه 5 سم، فإن مساحته تساوي

- (أ) 120 (ب) 240 (ج) 60 (د) 100

2 صورة النقطة (5, 7) بالانعكاس في محور Y هي

- (أ) (7, -5) (ب) (5, -7) (ج) (-5, 7) (د) (-7, 5)

3 صورة النقطة (5, -2) بالانتقال (2, 1) متبوعاً بالدوران  $R(O, -180^\circ)$  هي

- (أ) (7, -1) (ب) (-1, 7) (ج) (-7, 1) (د) (1, -7)

## 2 أكمل ما يأتي:

1 صورة النقطة (4, -3) بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  هي النقطة

2 معين مساحته 40 بوصة مربعة وطول أحد قطريه 8 بوصات، فإن طول القطر الآخر =

بوصة.

3 صورة النقطة (5, -7) بالانتقال (1, 5) هي

3 شبه منحرف مساحته 200 متر مربع وطول قاعدتيه المتوازيتين 15 متراً، 25 متراً. أوجد ارتفاعه.

4 أيهما أكبر في المساحة، مربع طول قطره 8 سم، أم معين محيطه 24 سم، وارتفاعه 5 سم.

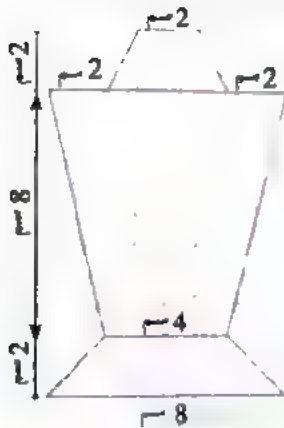
5 ارسم زاوية قياسها  $100^\circ$ ، ثم نصفها مستخدماً المسطرة والفرجار تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

6 ارسم المثلث ABC الذي فيه:  $AB = 5$  سم،  $AC = 7$  سم،  $BC = 3$  سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

7 ارسم صورة المثلث الذي رؤوسه:  $A(-2, 1)$ ،  $B(1, 5)$ ،  $C(3, 3)$  بالانعكاس في محور Y.

8 قام أحد الطلاب بتصميم نموذج كرتوني لفانوس رمضان،

احسب مساحة الكرتون المستخدم لصنع هذا النموذج.



85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مستلوات

★★★★★



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 شبه منحرف مساحته 35 سنتيمتراً مربعاً، وارتفاعه 5 سم، فإذا كان طول قاعدته الصغرى 6 سم، فإن طول قاعدته الكبرى يساوي ..... سم.
- (أ) 7 (ب) 8 (ج) 9 (د) 10
- 2 إذا كانت النقطة  $A(-3, 5)$  هي صورة النقطة  $A$  بانتقال  $(-1, 7)$  فإن النقطة  $A$  هي
- (أ)  $(-4, 12)$  (ب)  $(2, 2)$  (ج)  $(-2, -2)$  (د)  $(4, -12)$
- 3 صورة النقطة  $(-3, 8)$  بالانعكاس في محور  $X$  متبوعاً بالانعكاس في محور  $Y$  هي
- (أ)  $(-3, -8)$  (ب)  $(3, 8)$  (ج)  $(3, -8)$  (د)  $(8, -3)$

## 2 أكمل ما يأتي:

- 1 مساحة المعين الذي طولاً قطريه 9 سم، 7 سم تساوي ..... سنتيمتراً مربعاً.
- 2 صورة النقطة (.....) بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي النقطة  $A(2, -1)$ .
- 3 مربع مساحته 72 سنتيمتراً مربعاً، فإن طول قطره يساوي .....
- 3 شبه منحرف مساحته 280 سنتيمتراً مربعاً، ارتفاعه 10 سم، النسبة بين طولي قاعدتيه المتوازيين 5 : 2، فما طول كل منهما؟
- 4 ارسم  $\overline{AB}$  طولها 7 سم، وقم بتصنيفها باستخدام المسطرة والفرجار وتأكد بالقياس من صحة التصنيف.
- 5 ارسم المثلث  $ABC$  الذي فيه:  $AB = 7$  سم،  $m(\angle B) = 70^\circ$ ،  $m(\angle A) = 55^\circ$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.
- 6 ارسم المثلث  $ABC$  الذي رؤوسه:  $A(2, 3)$ ،  $B(0, 1)$ ،  $C(-3, 4)$ ، ثم ارسم صورته بالانتقال  $(-2, 4)$ .
- 7 ارسم في المستوى الإحداثي  $\overline{AB}$  حيث  $A(-2, 1)$ ،  $B(3, 4)$ ، ثم ارسم صورة  $\overline{AB}$  بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  متبوعاً بالدوران  $R(O, 180^\circ)$ .
- 8 ارسم متوازي الأضلاع الذي رؤوسه:  $A(-3, 1)$ ،  $B(-2, 4)$ ،  $C(3, 4)$ ،  $D(2, 1)$ ، ثم ارسم صورته بالانتقال  $(-3, -5)$ .
- 9 ارسم صورة الشكل الرباعي الذي رؤوسه:  $A(-3, -3)$ ،  $B(1, -4)$ ،  $C(3, -2)$ ،  $D(-2, 1)$ ، ثم ارسم صورته بالدوران  $R(O, 90^\circ)$ .
- 10 ارسم صورة  $\overline{AB}$  حيث:  $A(1, 3)$ ،  $B(5, 2)$  بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعاً بانتقال  $(1, 3)$ .



# الاحتمالات

الوحدة  
الرابعة



## دروس الوحدة -

التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث  
(Random Experiment - Sample Space - Events)

الدرس الأول:

الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي  
(Theoretical & Experimental Probability)

الدرس الثاني:

تتضمن مجالات الذكاء الاصطناعي (AI) تطوير الخوارزميات والبرامج الحاسوبية التي يمكنها تحليل البيانات وعمل تنبؤات في مختلف المجالات.

• فهل يمكن استخدام الذكاء الاصطناعي (AI) في تحليل البيانات الرياضية المعقدة لاستخلاص النتائج والقدرة على اتخاذ القرار بصورة دقيقة وسريعة؟

القيم:		القضايا والمهارات الحياتية:	
- الوعي الصحي.	- المسؤولية.	- الثقة بالنفس.	- التواصل الرياضي.
- احترام الآخر.	- العمل.	- التفكير الإبداعي.	- اللغة والترجمة.

# التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث (Random Experiment - Sample Space - Events)

الدرس 1  
ذاكر



## نواتج التعلم

- يتعرف الطالب مفهوم التجربة العشوائية.
- يتعرف الطالب مفهوم الحدث وأنواعه.
- يتعرف الطالب مفهوم فضاء العينة.
- يميز الطالب بين الحدث المؤكد والحدث الممكن والحدث المستحيل.
- يستخدم الطالب مفهوم التجربة العشوائية وفضاء العينة والأحداث في حل المشكلات.

- فضاء العينة (Sample Space)

- الحدث المؤكد (Sure Event)

- الحدث الممكن (Possible Event)

- التجربة العشوائية (Random Experiment)

- الأحداث (Events)

- الحدث المستحيل (Impossible Event)

## مفردات أساسية

## مكة وياضين

يلزم لبناء نظرية الاحتمال كما يلزم لبناء أى فرع من فروع المعرفة البدء ببعض المفاهيم الأولية التى تساعد فيما بعد لإعطاء تعريفات أكثر دقة؛ لذلك سوف نلاحظ بعض التجارب البسيطة التالية:

- إلقاء عملة معدنية.
- عمليات الحفر والتنقيب عن الآثار.
- إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة.
- اختيار طفل من أسرة بها طفل واحد وتسجيل نوعه.
- سحب كرة من كيس يحتوى على كرات ملونة.
- إطلاق قذيفة نحو هدف.

والآن أى من هذه التجارب السابقة يمكن معرفة ماذا سيحدث قبل تنفيذها؟

فى هذا الدرس، سوف نتعلم مفهوم التجربة العشوائية ومفهوم الحدث، وكيفية إيجاد فضاء العينة لتجربة عشوائية، مما سيمكنك من حل مثل هذه المشكلات الحياتية.



## 1 التجربة العشوائية - فضاء العينة

التجربة العشوائية: هي كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لا نستطيع تحديد أي من هذه النواتج سوف يتحقق فعلاً عند إجرائها.

- فمثلاً: تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة، وملاحظة الوجه الظاهر؛ صورة أو كتابة
- تجربة سحب كرة ملونة من صندوق به عدد من الكرات المتماثلة المعروفة ألوانها.
- تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي.

فضاء العينة (أو فضاء النواتج): هو مجموعة جميع النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما.

• يرمز له عادة بالرمز (S)، ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز n

فمثلاً: • عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة عدد النقاط الظاهرة على وجهه العلوي، يتكون فضاء العينة هذه التجربة من مجموعة الأعداد الستة الممكنة 1, 2, 3, 4, 5, 6

فيكون:  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

• عدد عناصر فضاء العينة  $n(S) = 6$



مثال 1 بين أيًا من التجارب التالية عشوائية وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء

العينة لكل من التجارب العشوائية مبيّناً عدد عناصره:

- 1 تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر.
- 2 تجربة سحب كرة من كيس يحتوي على عدد من الكرات المتماثلة وجميعها ملونة باللون الأصفر.
- 3 تجربة اختيار بطاقة تحمل حرف D من مجموعة من البطاقات المتماثلة وتحمل جميعها حرف D
- 4 تجربة سحب بطاقة واحدة من عدد من البطاقات المرقمة من 5 إلى 9 وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.
- 5 تجربة إقامة مباراة كرة قدم بين فريقين P، Q وملاحظة نتيجة الفريق P.

الحل

- 1 تجربة عشوائية  $n(S) = 2$
- 2 ليست تجربة عشوائية
- 3 ليست تجربة عشوائية
- 4 تجربة عشوائية  $n(S) = 5$
- 5 تجربة عشوائية  $n(S) = 2$

سؤال 1

بين أيًا من التجارب الآتية عشوائية وأيها ليست عشوائية، ثم اكتب فضاء العينة لكل من التجارب العشوائية مبيّناً عدد عناصره:

- 1 تجربة سحب بطاقة من صندوق به عدد من البطاقات المتماثلة وجميعها تحمل الرقم 9.
- 2 تجربة اختيار عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {6, 7, 9}
- 3 تجربة سحب كرة من كيس يحتوي على عدد من الكرات جميعها متماثلة غير معروفة ألوانها.
- 4 تجربة سحب بطاقة من سبعة بطاقات مرقمة من 12 إلى 18 وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.

## التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث (Random Experiment - Sample Space - Event)



عشوائية.

• يعرف الطالب مفهوم فضاء العينة.

وأيضا.

• يميز الطالب بين الحدث للؤكد والحدث الممكن والحدث المستحيل.

عشوائية وفضاء العينة والأحداث في حل المشكلات.

العشوائية (Random Experiment)	- فضاء العينة (Sample Space)
مات (Events)	- الحدث المؤكد (Sure Event)
المستحيل (Impossible Event)	- الحدث الممكن (Possible Event)

لبناء أي فرع من فروع المعرفة قبله يفيض للناسم الأولية التي تساعد فيها بعد إعطاء لاحظ بعض التجارب البسيطة التالية:

- اختيار طفل من أسرة بها طفل واحد وتسجيل نوعه.
- سحب كرة من كيس يحتوي على كرات ملونة.
- إطلاق قذيفة نحو هدف.

الآثار.

حدة.

تة يمكن معرفة ماذا سيحدث قبل تنفيذها؟

مفهوم التجربة العشوائية ومفهوم الحدث، وكيفية إيجاد فضاء العينة لتجربة عشوائية، المشكلات الحياتية.





**الحدث:** هو أى مجموعة جزئية من فضاء العينة (S)

**الحدث البسيط (الأولى):** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة (S) تشتمل على عنصر واحد فقط.

**فمثلاً:** • فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن كل من الأحداث الستة الآتية

{1}, {2}, {3}, {4}, {5}, {6} هو حدث أولى أو حدث بسيط.

**وقوع الحدث:** يقال إن حدثاً ما قد وقع، إذا ظهر أى عنصر من عناصر المجموعة التى تمثله عند إجراء التجربة.

**فمثلاً:** • فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة إذا قيل إن الحدث  $A = \{1, 3, 5\}$  قد وقع، فإن هذا يعنى ظهور

أى من الأعداد الآتية: العدد (1) فقط أو العدد (3) فقط أو العدد (5) فقط

• عند إجراء التجربة لا يعنى بالطبع ظهور الأعداد 1, 3, 5 معاً.

**الحدث المؤكد:** هو الحدث الذى يقع دائماً عند إجراء التجربة العشوائية، أى أنه فضاء العينة S

**الحدث المستحيل:** هو الحدث الذى لا يقع أبداً عند إجراء التجربة العشوائية، أى أنه المجموعة الخالية  $\emptyset$

**الحدث الممكن:** هو مجموعة جزئية فعلية من فضاء العينة

## مثال 2

ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولو حظ العدد الظاهر على الوجه العلوى، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد كلاً من الأحداث الآتية مبيناً أيها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل وأيها ممكن، ثم حدد عدد عناصر كل حدث.

- 1 الحدث (A) هو حدث ظهور عدد فردى
- 2 الحدث (B) هو حدث ظهور عدد أقل من أو يساوى 4
- 3 الحدث (C) هو حدث ظهور عدد أكبر من 6
- 4 الحدث (D) هو حدث ظهور العدد 6

**الحل**

- فضاء العينة هو:
- 1 A حدث ممكن: لأنه مجموعة جزئية فعلية من S
  - 2 B حدث مؤكد: لأنه يمثل فضاء العينة S
  - 3 C حدث مستحيل: لأنه يمثل المجموعة الخالية  $\emptyset$
  - 4 D حدث بسيط وممكن: لأنه يشتمل على عنصر واحد وهو مجموعة جزئية فعلية من S
- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cdot n(S) = 6$
- $A = \{1, 3, 5\} \cdot n(A) = 3$
- $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S \cdot n(B) = 6$
- $C = \{ \} = \emptyset \cdot n(C) = 0$
- $D = \{6\} \cdot n(D) = 1$

## سؤال 2

ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولو حظ العدد الظاهر على الوجه العلوى، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد كلاً من الأحداث الآتية، ثم حدد أيها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل مبيناً عدد عناصر كل حدث:

- ① الحدث (E) ظهور عدد أولى زوجى.
- ② الحدث (F) ظهور عدد يقبل القسمة على 3
- ③ الحدث (G) ظهور عدد يحقق المتباينة  $x \geq 1$  (حيث x أحد عناصر فضاء العينة).
- ④ الحدث (H) ظهور عدد أقل من 1

### مثال 3

صندوق به 3 كرات بيضاء، 2 كرة حمراء، كرة خضراء، كلها متماثلة (يعنى ذلك أنها متشابهة في الوزن والحجم والشكل)، فإذا سُحبت كرة واحدة عشوائيًا فاكتب فضاء العينة، ثم أوجد كلاً من الأحداث التالية مبيّنًا عدد عناصر كل حدث.

1 الحدث (A) هو حدث سحب كرة بيضاء. 2 الحدث (B) هو حدث سحب كرة بيضاء أو حمراء.

3 الحدث (C) هو حدث سحب كرة سوداء. 4 الحدث (D) هو حدث سحب كرة ليست بيضاء.

#### الحل

• نفرض أن (الكرة البيضاء = W) و (الكرة الحمراء = R) و (الكرة الخضراء = G)

• فضاء العينة هو:

- ▶  $S = \{W_1, W_2, W_3, R_1, R_2, G\}$ ,  $n(S) = 6$
- ▶  $A = \{W_1, W_2, W_3\}$  ،  $n(A) = 3$  1 A حدث سحب كرة بيضاء
- ▶  $B = \{W_1, W_2, W_3, R_1, R_2\}$  ،  $n(B) = 5$  2 B حدث سحب كرة بيضاء أو حمراء
- ▶  $C = \emptyset$  ،  $n(C) = \text{Zero}$  3 C حدث سحب كرة سوداء «حدث مستحيل» = المجموعة الخالية  $\emptyset$
- ▶  $D = \{R_1, R_2, G\}$  ،  $n(D) = 3$  4 D حدث سحب كرة ليست بيضاء تعنى أنها حمراء أو خضراء

### مثال 4

من مجموعة الأرقام {2, 3, 5} كون عددًا مكونًا من رقمين، ثم اكتب فضاء العينة، واكتب كلاً من الأحداث الآتية:

1 الحدث (A) هو حدث أن يكون رقم العشرات فرديًا 2 الحدث (B) هو حدث أن يكون مجموع الرقمين 7

3 الحدث (C) هو حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين 15 4 الحدث (D) هو حدث ظهور عدد مربع كامل.

#### الحل

• فضاء العينة هو:

التنثيل باستخدام مخطط الشجرة  
لإيجاد عناصر فضاء العينة

- | رقم العشرات | رقم الآحاد |                                                |   |
|-------------|------------|------------------------------------------------|---|
| 2           | 2          | ▶ $S = \{22, 23, 25, 32, 33, 35, 52, 53, 55\}$ |   |
|             | 3          | ▶ $A = \{32, 33, 35, 52, 53, 55\}$             | 1 |
|             | 5          | ▶ $B = \{25, 52\}$                             | 2 |
| 3           | 2          | ▶ $C = \{35, 53\}$                             | 3 |
|             | 3          | ▶ $D = \{25\}$                                 | 4 |
|             | 5          |                                                |   |
| 5           | 2          |                                                |   |
|             | 3          |                                                |   |
|             | 5          |                                                |   |

### سؤال 3

كيس به 8 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 8، سُحبت بطاقة واحدة عشوائيًا ولوحظ العدد الظاهر على البطاقة المسحوبة، اكتب فضاء العينة، ثم اكتب كلاً من الأحداث التالية مبيّنًا أى منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل وأيها ممكن:

1 الحدث (A) هو حدث ظهور عدد زوجي. 2 الحدث (B) هو حدث ظهور عدد أولي.

3 الحدث (C) هو حدث ظهور عدد من مضاعفات العدد 3 4 الحدث (D) هو حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 5

5 الحدث (E) هو حدث يحقق المتباينة  $2x - 1 < 1$  (حيث x أحد عناصر فضاء العينة S).

## مثال 5

في تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، اكتب فضاء العينة وكذلك عدد عناصره. ثم اكتب كلاً من الأحداث الآتية مبيناً عدد عناصر كل حدث.

- 1 الحدث (X) حدث ظهور صورة في الرميّتين.
- 2 الحدث (Y) حدث ظهور صورة في الرمية الثانية.
- 3 الحدث (Z) حدث ظهور صورة واحدة على الأقل.
- 4 الحدث (E) حدث عدم ظهور صورة.
- 5 الحدث (F) حدث ظهور صورة في إحدى الرميّتين.

### الحل

- النواتج الممكنة لكل من الرميّتين الأولى والثانية هي صورة (H) أو كتابة (T)
- فضاء العينة هو:

يمكن استخدام مخطط الشجرة لإيجاد عدد عناصر فضاء العينة

الرمية الأولى	الرمية الثانية	فضاء العينة
H	H	(H, H)
H	T	(H, T)
T	H	(T, H)
T	T	(T, T)

- $S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$  ،  $n(S) = 4$
- 1 •  $X = \{(H, H)\}$  ،  $n(X) = 1$
- 2 •  $Y = \{(H, H), (T, H)\}$  ،  $n(Y) = 2$
- 3 حدث ظهور صورة واحدة على الأقل يعني «إما ظهور صورة مرة واحدة أو ظهورها مرتين»
- $Z = \{(H, H), (H, T), (T, H)\}$  ،  $n(Z) = 3$
- 4 •  $E = \{(T, T)\}$  ،  $n(E) = 1$
- 5 •  $F = \{(H, T), (T, H)\}$  ،  $n(F) = 2$

## نقاط هامة

- في المثال السابق كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى ومسقطه الثاني ناتج الرمية الثانية.
- فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعتي نقود متمايزتين (مختلفين في اللون أو الشكل أو الحجم ...) معاً في آن واحد هو نفع فضاء نواتج إلقاء قطعة نقود واحدة مرتين متتاليتين.

- 3 مرات فإن عدد عناصر فضاء العينة  $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
- 4 مرات ، فإن عدد عناصر فضاء العينة  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$
- 5 مرات فإن عدد عناصر فضاء العينة  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$

$$(H, T) \neq (T, H)$$

## سؤال 4

في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، اكتب فضاء العينة وكذلك عدد عناصره، ثم اكتب كلاً من الأحداث الآتية مبيناً عدد عناصر كل حدث:

- 1 الحدث (A) حدث ظهور كتابة في الرمية الأولى.
- 2 الحدث (B) حدث ظهور كتابة في إحدى الرميّتين.
- 3 الحدث (C) حدث ظهور كتابة واحدة على الأقل.
- 4 الحدث (D) حدث ظهور نفس الشيء في الرميّتين.

## مثال 6

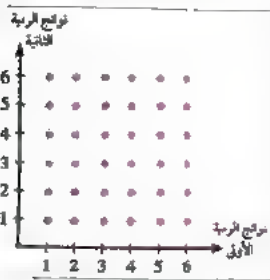
في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي في الرميّين، أوجد عدد عناصر فضاء العينة، ثم اكتب الأحداث الآتية مبيّناً عدد عناصر كل حدث:

- 1 الحدث (A) حدث ظهور العدد 4 في الرمية الثانية. \* الحدث (B) حدث ظهور العددين متساويين.
- 2 الحدث (C) حدث ظهور عدد فردي في الرمية الأولى وعدد زوجي في الرمية الثانية
- 3 الحدث (D) حدث ظهور عددين مجموعهما 10
- 4 الحدث (E) حدث ظهور أحد العددين ضعف العدد الآخر.

### الحل

كل ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب، مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطه الثاني هو ناتج الرمية الثانية فإنه يمكن تمثيل فضاء العينة (S) على صورة جدول أو شيفه هندسيًا على الشبكة التربيعية كما يلي:

(2) هندسيًا على الشبكة البيانية



(1) على صورة جدول

الرمية الثانية الرمية الأولى	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

$$n(S) = 6^2$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

- 1  $A = \{(1,4), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4), (6,4)\} \cdot n(A) = 6$
- 2  $B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\} \cdot n(B) = 6$
- 3  $C = \{(1,2), (1,4), (1,6), (3,2), (3,4), (3,6), (5,2), (5,4), (5,6)\} \cdot n(C) = 9$
- 4  $D = \{(4,6), (5,5), (6,4)\} \cdot n(D) = 3$
- 5  $E = \{(1,2), (2,1), (2,4), (4,2), (3,6), (6,3)\} \cdot n(E) = 6$

## نشاط صفائي

- فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين هو نفسه فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد متمايزين مرة واحدة.
- $(2,4) \neq (4,2)$

## سؤال 5

سحبت بطاقة عشوائيًا من بين 10 بطاقات مرقمة من 7 إلى 16، اكتب فضاء العينة ثم اكتب كلًا من الأحداث الآتية:

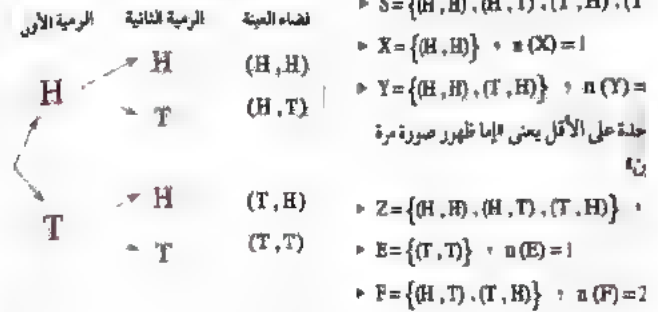
- 1 A حدث أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا زوجيًا
- 2 B حدث أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا يقبل القسمة على 3
- 3 C حدث أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل عددًا مربعًا كاملاً.

تتم متتاليتين وملاحظة نتائج ظهور الصور والكتابات، اكتب فضاء العينة وكذلك عدد عناصره

- 1 الحدث (A) حدث ظهور صورة في الرمية الثانية.
- 2 الحدث (B) حدث عدم ظهور صورة.
- 3 الحدث (C) حدث ظهور صورة واحدة على الأقل.
- 4 الحدث (D) حدث ظهور صورة في إحدى الرميّين.

رميّن الأولى والثانية هي صورة (H) أو كتابة (T)

يمكن استخدام مخطط الشجرة لإيجاد عدد عناصر فضاء العينة



ناتج من نواتج التجربة هو زوج مرتب، مسقطه الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطه الثاني هو ناتج الرمية الثانية

إلقاء قطعتي نقود متمايزتين (يختلفان في اللون أو الشكل أو الحجم ...) معًا في آن واحد، هو نفس تقود واحدة مرتين متتاليتين.

- 3 مرات  $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$  فإن عدد عناصر فضاء العينة
- 4 مرات  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$  فإن عدد عناصر فضاء العينة
- 5 مرات  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 32$  فإن عدد عناصر فضاء العينة

د منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة نتائج ظهور الصور والكتابات،

لك عدد عناصره، ثم اكتب كلًا من الأحداث الآتية مبيّناً عدد عناصر كل حدث:

- 1 ظهور كتابة في الرمية الأولى.
- 2 الحدث (B) حدث ظهور كتابة في إحدى الرميّين.
- 3 ظهور كتابة واحدة على الأقل.
- 4 الحدث (D) حدث ظهور نفس الشيء في الرميّين.

## مثال 7

أُلقيت قطعة نقود منتظمة ثم حجر نرد منتظم، ولوُحظ الوجه العلوي لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوي لحجر النرد. مثل فضاء العينة باستخدام الشجرة البيانية، ثم أوجد الأحداث التالية:

1 الحدث (A) هو حدث ظهور كتابة وعدد زوجي.

2 الحدث (B) هو حدث ظهور صورة وعدد فردي.

**الحل**



الرمية الأولى



$$S = \{(H, 1), (H, 2), (H, 3), (H, 4), (H, 5), (H, 6), (T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6)\}$$

$$A = \{(T, 2), (T, 4), (T, 6)\}$$

1

$$B = \{(H, 1), (H, 3), (H, 5)\}$$

2

## مثال 8

في الجدول المقابل يوضح أن أحد المطاعم يُقدم وجبات الغداء بحيث تتكون كل وجبة من طبق رئيسي ونوع واحد من المقبلات، ما الإمكانيات المختلفة لاختيار أحد الوجبات؟

**الحل**

قائمة الطعام	
المقبلات	الطبق الرئيسي
سلطة	لحوم
شوربة	دجاج
	أسماك

الطبق الرئيسي	المقبلات	الإمكانيات المختلفة لاختيار وجبة
لحوم	سلطة	(لحوم ، سلطة)
	شوربة	(لحوم ، شوربة)
دجاج	سلطة	(دجاج ، سلطة)
	شوربة	(دجاج ، شوربة)
أسماك	سلطة	(أسماك ، سلطة)
	شوربة	(أسماك ، شوربة)

• عدد هذه الإمكانيات هي 6



1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مرقمة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات يعتبر
  - (أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (ج) حدثاً مستحيلاً (د) حدثاً مؤكداً
- 2 سحب كرة من كيس يحتوي على كرة صفراء وكرة زرقاء وكرة خضراء جميعها متماثلة يعبر عن
  - (أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (ج) حدث مستحيل (د) حدث مؤكد
- 3 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 5 يعتبر حدثاً
  - (أ) مؤكداً (ب) مستحيلاً (ج) بسيطاً (د) غير ذلك
- 4 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة، فإن حدث ظهور صورة يعتبر حدثاً
  - (أ) مؤكداً (ب) مستحيلاً (ج) ممكناً (د) غير ذلك
- 5 حقيبة بها 15 بطاقة مرقمة من 1 إلى 15، فإن حدث ظهور عدد زوجي يعتبر حدثاً
  - (أ) مؤكداً (ب) مستحيلاً (ج) ممكناً (د) بسيطاً
- 6 في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {2، 4، 6}، فإن حدث ظهور عدد فردي يعتبر حدثاً
  - (أ) مؤكداً (ب) مستحيلاً (ج) بسيطاً (د) ممكناً
- 7 في تجربة سحب كرة عشوائية من كيس يحتوي على كرة حمراء وكرة بيضاء وكرة خضراء جميعها متماثلة وملاحظة لونها، فإن حدث ظهور كرة صفراء يعتبر حدثاً
  - (أ) مؤكداً (ب) مستحيلاً (ج) بسيطاً (د) غير ذلك
- 8 في تجربة اختيار أحد أرقام العدد 3478 عشوائياً، فإن فضاء العينة هو
  - (أ) {3، 4، 8} (ب) {34، 78} (ج) {3، 4، 7، 8} (د) {3478}
- 9 في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {2، 4، 5} عشوائياً، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوي
  - (أ) 3 (ب) 6 (ج) 9 (د) 12
- 10 في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {1، 3، 4} عشوائياً، ما عدد عناصر الحدث الذي يعبر عن أن «العدد الناتج عدد فردي»؟
  - (أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 6
- 11 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية، ما عدد عناصر فضاء العينة؟
  - (أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 16
- 12 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فأى من الأحداث الآتية هو حدث بسيط؟
  - (أ) حدث ظهور عدد أكبر من 6. (ب) حدث ظهور عدد زوجي أولى.
  - (ج) حدث ظهور عدد أقل من أو يساوي 2. (د) حدث ظهور عدد فردي أولى.

1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 تجربة اختيار حرف من حروف كلمة «إحصاء» تعتبر .....  
 (أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (ج) حدثاً مستحيلاً (د) حدثاً مؤكداً
- 2 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن حدث ظهور عدد أقل من 7 يعتبر حدثاً .....  
 (أ) مؤكداً (ب) مستحيلاً (ج) بسيطاً (د) ممكناً
- 3 في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {2, 4, 5}، ما عدد عناصر الحدث الذي يعبر عن أن «العدد الناتج عدد زوجي»؟  
 (أ) 2 (ب) 3 (ج) 4 (د) 5
- 4 في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، فإن عدد عناصر الحدث الذي يعبر عن «ظهور صورة في الرمية الثانية» يساوي .....  
 (أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4
- 5 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فأى من الأحداث التالية هو حدث مستحيل؟  
 (أ) حدث ظهور عدد زوجي أولي. (ب) حدث ظهور عدد فردي.  
 (ج) حدث ظهور عدد أكبر من 6. (د) حدث ظهور عدد أكبر من 5.

2 أكمل ما يأتي:

- 1 في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {4, 9}، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوي .....
- 2 في تجربة اختيار أحد حروف كلمة «باريس»، فإن مجموعة عناصر فضاء العينة هي .....
- 3 عدد عناصر فضاء العينة في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين يساوي .....
- 3 صندوق به 11 بطاقة مرقمة من 5 إلى 15 سحبت بطاقة واحدة عشوائياً، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد كل من الأحداث الآتية مبيناً أيناً منها بسيط وأيناً مؤكداً وأيناً مستحيل:  
 1 حدث ظهور بطاقة تحمل عدداً زوجياً.  
 2 حدث ظهور بطاقة تحمل عدداً أقل من 16.  
 3 حدث ظهور بطاقة تحمل عدداً أقل من أو يساوي 7.  
 4 حدث ظهور بطاقة تحمل عدداً مربعاً كاملاً.  
 5 حدث ظهور بطاقة تحمل عدداً زوجياً يقبل القسمة على 9.
- 4 من مجموعة الأرقام {3, 5, 6} كَوْن عدداً من رقمين مختلفين اكتب فضاء العينة لهذه التجربة، ثم أوجد كلًا من الأحداث الآتية:  
 1 الحدث (A) هو حدث «رقم الأحاد زوجي».  
 2 الحدث (B) هو حدث «العدد يقبل القسمة على 5».  
 3 الحدث (C) هو حدث «مجموع الرقمين عدد فردي».
- 5 في تجربة رمي قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع ظهور الصور والكتابات، اكتب فضاء العينة (S) ثم عبر عن كل من الأحداث الآتية:  
 1 الحدث (A) هو حدث «ظهور صورة في الرمية الثانية».  
 2 الحدث (B) هو حدث «ظهور نفس الشيء مرتين».  
 3 الحدث (C) هو حدث «عدم ظهور كتابة».

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مستواك

★★★★★



## الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي (Theoretical & Experimental Probability)

الحديث 2  
ذاكر

### ناتج التعلم

- يتعرف الطالب مفهوم الاحتمال النظري.
- يميز الطالب بين الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري.
- يستخدم الطالب قوانين الاحتمال في حل المسائل.

مفاهيم أساسية - الاحتمال النظري (Theoretical Probability) - الاحتمال التجريبي (Experimental probability)

### مكونة التعلم

صمم كل من محمد ومريم وماجد قرصًا دوارًا للعب. ولكي يتحقق مبدأ تكافؤ الفرص لجميع القطاعات الدائرية عند دوران المؤشر على القرص يجب أن يكون القرص مقسمًا إلى قطاعات متساوية في المساحة.



أي من هذه الأقراص في رأيك يحقق مبدأ تكافؤ الفرص؟

في هذا الدرس سوف نتعلم مفهوم الاحتمال، وكيفية إيجاد قيمته، مما سيمكنك من حل هذه المشكلات.

يعتمد الاحتمال النظري على مبدأ تكافؤ الفرص أو تساوي الإمكانيات.

**فمثلاً:** عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر تكون فرصة ظهور الصورة (H) تساوي لفرص ظهور الكتابة (T).

الاحتمال النظري يساوي النسبة بين عدد نواتج الحدث والعدد الكلي للنواتج.

أي أن: احتمال وقوع أى حدث A (حيث  $A \subset S$ ) يرمز له بالرمز  $P(A)$  ويعطى بالعلاقة:

$$P(A) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } A}{\text{العدد الكلي للنواتج}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

**مثال 1** عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:



- 1 حدث A ظهور عدد فردي.
- 2 حدث B ظهور عدد أولي زوجي.
- 3 حدث C ظهور عدد مضاعف للعدد 3.
- 4 حدث D ظهور عدد يقبل القسمة على 7.
- 5 حدث E ظهور عدد يحقق المتباينة  $x \geq 1$ .
- 6 حدث F ظهور عدد مكعب كامل.

**الحل**

•  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ,  $n(S) = 6$

•  $A = \{1, 3, 5\}$  ,  $n(A) = 3$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$

•  $B = \{2\}$  ,  $n(B) = 1$

•  $P(B) = \frac{1}{6} = 0.1\bar{6} = 16.\bar{6}\% = 16\frac{2}{3}\%$

•  $C = \{3, 6\}$  ,  $n(C) = 2$

•  $P(C) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.\bar{3} = 33\frac{1}{3}\%$

•  $D = \emptyset$  ,  $n(D) = 0$

$P(D) = \frac{0}{6} = 0$

(لا توجد أعداد في فضاء العينة تقبل القسمة على 7)

•  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S$

•  $P(E) = \frac{6}{6} = 1 = 100\%$

•  $F = \{1\}$  ,  $n(F) = 1$

•  $P(F) = \frac{1}{6}$

### نشاط هامة

• يمكن كتابة الاحتمال على صورة كسر اعتيادي أو كسر عشري أو نسبة مئوية.

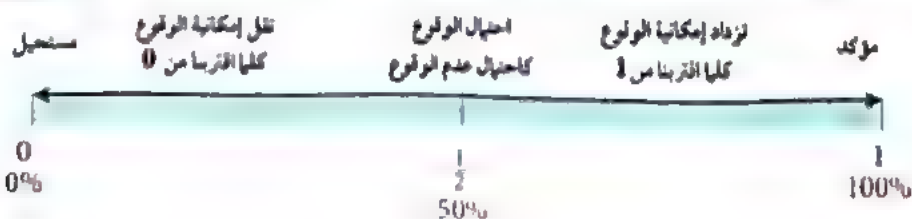
• احتمال الحدث المستحيل يساوي صفراً

•  $P(\emptyset) = 0$  ويكتب:

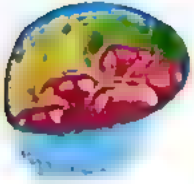
• احتمال الحدث المؤكد يساوي 1

•  $P(S) = 1$  ويكتب:

• احتمال الحدث الممكن يقع بين الصفر والواحد الصحيح، كما هو موضح فيما يلي:







**مثال 2** سلة تحتوي على 5 تفاحات حمراء، 3 تفاحات صفراء، 2 تفاحة خضراء، جميعها متماثلة،

فإذا اختيرت إحدى التفاحات عشوائياً فأوجد احتمال أن تكون التفاحة:

- |              |         |                  |
|--------------|---------|------------------|
| 1 حمراء      | 2 صفراء | 3 خضراء          |
| 4 ليست حمراء | 5 سوداء | 6 حمراء أو خضراء |

**الحل**

نفرض أن (حدث سحب تفاحة حمراء = R)، (حدث سحب تفاحة صفراء = y)، (حدث سحب تفاحة سوداء = B)

(حدث سحب تفاحة خضراء = G)

$$n(S) = 5 + 3 + 2 = 10$$

$$1 \quad P(y) = \frac{n(y)}{n(S)} = \frac{3}{10} = 0.3 \quad 2 \quad P(R) = \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$3 \quad P(R \text{ ليست}) = P(y \text{ أو } G) = \frac{3+2}{10} = \frac{5}{10} = 0.5 \quad 4 \quad P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$5 \quad P(R \text{ أو } G) = \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10} = 0.7 \quad 6 \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{10} = 0$$

**مثال 3** صندوق يحتوي على 8 كرات حمراء، 5 كرات بيضاء، 3 كرات خضراء، 4 كرات زرقاء جميعها

متماثلة، عند سحب كرة عشوائياً من الصندوق وملاحظة لونها، فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

- |         |         |              |                  |
|---------|---------|--------------|------------------|
| 1 حمراء | 2 سوداء | 3 ليست بيضاء | 4 زرقاء أو خضراء |
|---------|---------|--------------|------------------|

**الحل**

نفرض أن (حمراء = R)، (سوداء = K)، (بيضاء = W)، (زرقاء = B)، (خضراء = G)

$$n(S) = 8 + 5 + 3 + 4 = 20$$

$$1 \quad P(K) = \frac{0}{20} = 0 \quad 2 \quad P(R) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0.4$$

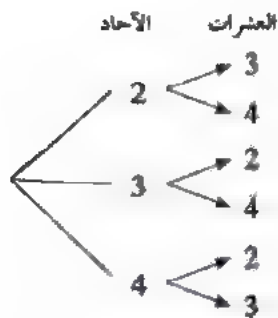
$$3 \quad P(B \text{ أو } G) = \frac{4+3}{20} = \frac{7}{20} = 0.35 \quad 4 \quad P(W \text{ ليست}) = \frac{8+3+4}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0.75$$

**مثال 4** من مجموعة الأرقام {2, 3, 4} كون عدداً من رقمين مختلفين، فإذا اختير أحد هذه الأعداد عشوائياً

فما هو احتمال كل من الأحداث الآتية:

- |                                    |                                     |
|------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 حدث A أن يكون رقم الأحاد فردياً. | 2 حدث B أن يكون رقم العشرات أولياً. |
|------------------------------------|-------------------------------------|

**الحل**



$$S = \{32, 42, 23, 43, 24, 34\}, \quad n(S) = 6$$

$$1 \quad A = \{23, 43\}, \quad n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.\bar{3}$$

$$2 \quad B = \{32, 23, 24, 34\}, \quad n(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.\bar{6}$$

**سؤال 1**

1 سحب كرة عشوائياً من صندوق به 3 كرات بيضاء، 4 كرات حمراء، 5 كرات سوداء جميعها متماثلة، فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

- |            |            |            |                 |                      |
|------------|------------|------------|-----------------|----------------------|
| (أ) بيضاء. | (ب) صفراء. | (ج) حمراء. | (د) ليست سوداء. | (هـ) سوداء أو حمراء. |
|------------|------------|------------|-----------------|----------------------|

2 في رحلة دراسية كان بها عدد من الطلبة منهم 22 ولداً و18 بنتاً، وإذا تم اختيار طالب عشوائياً من القائمة؛ فأحسب احتمال أن يكون الطالب ولداً.



## نشاط هامة

• مجموع احتمالات جميع الأحداث البسيطة (أو الأولية) لأي تجربة عشوائية يساوي الواحد الصحيح.

فمثلاً: في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة:

$$P(\{H\}) = \frac{1}{2}, P(\{T\}) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore P(\{H\}) + P(\{T\}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

$$P(A) + P(\text{ليس } A) = 1$$

• لأي حدث A يكون:

**مثال 5** تشير توقعات الطقس في أحد الأيام إلى احتمال نزول أمطار بنسبة 40%

أوجد احتمال عدم نزول الأمطار في ذلك اليوم.

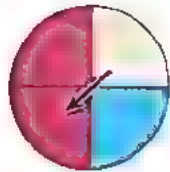
**الحل**

$$P(\text{نزول الأمطار}) = 40\% = 0.4$$

$$\therefore P(\text{عدم نزول الأمطار}) = 1 - 0.4 = 0.6 = 60\%$$

**مثال 6** لدى سيمر لعبة الدوارة مقسمة إلى أجزاء متساوية كما بالشكل المقابل:

أكمل الجدول التالي للحصول على احتمال كل لون.



اللون	أحمر	أصفر	أزرق
الاحتمال			

**الحل**

نلاحظ من الشكل أن اللون الأحمر يمثل نصف الدوارة أي أن:

$$P(\text{أحمر}) = \frac{1}{2}$$

واللون الأصفر يمثل ربع الدوارة أي أن:

$$P(\text{أصفر}) = \frac{1}{4}$$

واللون الأزرق يمثل ربع الدوارة أي أن:

$$P(\text{أزرق}) = \frac{1}{4}$$

وبناءً على ما سبق يتم إكمال الجدول.

**نلاحظ أن**

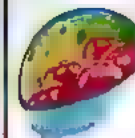
$$P(\text{أحمر}) + P(\text{أصفر}) + P(\text{أزرق}) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

## سؤال 2

باستخدام لعبة الدوارة المقابلة مقسمة إلى أجزاء متساوية أعط احتمالاً لكل لون؛ ثم أكمل الجدول التالي:



اللون	أحمر	أزرق	أخضر	أصفر
الاحتمال				



لعة تحتوي على 5 فتاحات حمراء، 3 فتاحات صفراء، 2 فتاحة خضراء جميعها متماثلة،  
فاختيرت إحدى الفتاحات عشوائياً فأوجد احتمال أن تكون الفتاحة:

- حمراء
- صفراء
- خضراء
- حمراء أو خضراء
- صفراء
- حمراء أو صفراء

سحب فتاحة حمراء (R)، (حدث سحب فتاحة صفراء = Y)، (حدث سحب فتاحة سوداء = B)

سحب فتاحة خضراء (G)

$$n(S) = 5 + 3 + 2 = 10$$

$$P(Y) = \frac{n(Y)}{n(S)} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$P(R) = \frac{n(R)}{n(S)} = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$P(R \text{ ليست}) = P(Y \text{ أو } G) = \frac{3+2}{10} = \frac{5}{10} = 0.5$$

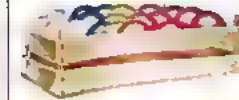
$$P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{2}{10} = 0.2$$

$$P(R \text{ أو } G) = \frac{5+2}{10} = \frac{7}{10} = 0.7$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{0}{10} = 0$$

صندوق يحتوي على 8 كرات حمراء، 5 كرات بيضاء، 3 كرات خضراء، 4 كرات زرقاء جميعها متماثلة، عند سحب كرة عشوائياً من الصندوق وملاحظة لونها، فما احتمال أن تكون الكرة للمسحوبة:

- سوداء
- ليست بيضاء
- زرقاء أو خضراء



(R = سوداء)، (K = بيضاء)، (W = زرقاء)، (B = خضراء)، (G = حمراء)

$$n(S) = 8 + 5 + 3 + 4 = 20$$

$$P(K) = \frac{0}{20} = 0$$

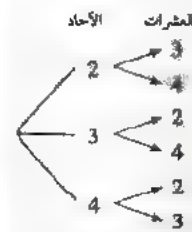
$$P(R) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} = 0.4$$

$$P(B \text{ أو } G) = \frac{4+3}{20} = \frac{7}{20} = 0.35$$

$$P(W \text{ ليست}) = \frac{8+3+4}{20} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

من مجموعة الأرقام {2, 3, 4} كون عدداً من رقمين مختلفين، فإذا اختير أحد هذه الأعداد عشوائياً، فما هو احتمال كل من الأحداث الآتية:

كون رقم الأعداد فردياً،  
• B حدث أن يكون رقم العشرات أولياً.



$$S = \{32, 42, 23, 43, 24, 34\}, n(S) = 6$$

$$A = \{23, 43\}, n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.33$$

$$B = \{32, 23, 24, 34\}, n(B) = 4$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = 0.6$$

عشوائياً من صندوق به 3 كرات بيضاء، 4 كرات حمراء، 5 كرات سوداء جميعها متماثلة، فأوجد احتمال أن المسحوبة:

- (ب) صفراء، (ج) حمراء، (د) ليست سوداء، (هـ) سوداء أو حمراء
- أصية كان بها عدد من الطلبة منهم 22 ولنا و 18 بنتاً، ولذا تم اختيار طالب عشوائياً من القائمة
- احتمال أن يكون الطالب ولداً.

**مثال 7** سحب كرة عشوائيًا من كيس يحتوي على عدد من الكرات المتماثلة منها 5 كرات بيضاء والباقي من اللون الأحمر فإذا كان احتمال سحب كرة حمراء يساوي  $\frac{2}{3}$  فأوجد العدد الكلي للكرات.

**الحل**

نفرض أن (حدث سحب كرة بيضاء =  $W$ ) ، (حدث سحب كرة حمراء =  $R$ )

$$P(W) + P(R) = 1$$

$$\therefore P(W) + \frac{2}{3} = 1$$

$$P(W) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore P(W) = \frac{n(W)}{n(S)}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{5}{n(S)}$$

$$\therefore n(S) = \frac{3 \times 5}{1} = 15$$

أي أن العدد الكلي للكرات هو 15 كرة.

**مثال 8** يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل درجات الحرارة المسجلة

في إحدى المدن خلال 3 أسابيع، فإذا اختيرت درجة حرارة في أحد الأيام عشوائيًا، فأوجد احتمال اختيار درجة حرارة.

الساق	الأوراق
1	7 8 9
2	1 4 5 5 5 6 8 9
3	2 3 3 4 8
4	0 1 1 2 3
المفتاح   4   1   يعني 41	

1 حدث A أقل من 30 درجة. 2 حدث B أكثر 39 درجة.

3 حدث C أقل من 34 درجة وأكثر من 25 درجة.

**الحل**

$$n(S) = 21$$

عدد عناصر فضاء العينة هو:

1 درجات الحرارة الأقل من 30 درجة هي 17, 18, 19, 21, 24, 25, 25, 25, 26, 28, 29 وعددها (11)

$$P(A) = \frac{11}{21}$$

2 درجات الحرارة الأكثر من 39 درجة هي 40, 41, 41, 42, 43 وعددها (5)

$$P(B) = \frac{5}{21}$$

3 درجات الحرارة الأقل من 34 درجة وأكثر من 25 درجة هي 26, 28, 29, 32, 33, 33 وعددها (6)

$$P(C) = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

**سؤال 3**

① سحب كرة عشوائيًا من صندوق به 15 كرة بيضاء،  $x$  من الكرات حمراء، فإذا علم أن لكل كرة بالصندوق نفس فرصة

السحب واحتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء يساوي 0.4، فأوجد قيمة  $x$

② يوضح مخطط الساق والأوراق المقابل درجات 27 طالبًا في مادة

الرياضيات خلال اختبارات أحد الشهور؛

أوجد احتمال اختيار درجة في كل مما يلي:

(أ) A أقل من 71 (ب) B أكثر من 85

(ج) C أكثر من 64 وأقل من 71

الساق	الأوراق
6	1 4 5 6 8 8 9
7	0 0 1 1 1 6 7 8
8	0 1 2 2 3 4 5
9	0 1 3 4 6
المفتاح   6   1   يعني 61 درجة	

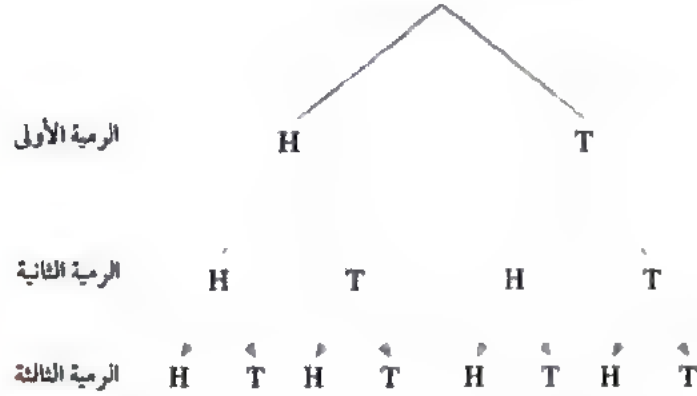


## مثال 9 عند إلقاء قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية وملاحظة تتابع الصور والكتابات؛

أوجد احتمال كل من الأحداث التالية.

- 1 A حدث «الحصول على كتابة في الرمية الثانية».
- 2 B حدث «الحصول على صورتين بالصسط».
- 3 C حدث «الحصول على نفس الشيء في الرميات الثلاثة».
- 4 D حدث «الحصول على صورة واحدة على الأقل».
- 5 E حدث «الحصول على كتابة واحدة على الأكثر».

**الحل**



جميع النواتج التي تظهر عددها 8 وهي

$$S = \{(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (H, T, T), (T, H, H), (T, H, T), (T, T, H), (T, T, T)\}$$

$$A = \{(H, T, H), (H, T, T), (T, T, H), (T, T, T)\} \quad 1$$

$$P(A) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$B = \{(H, H, T), (H, T, H), (T, H, H)\} \quad 2$$

$$P(B) = \frac{3}{8}$$

$$C = \{(H, H, H), (T, T, T)\} \quad 3$$

$$P(C) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

4 حدث الحصول على صورة واحدة على الأقل يعني إما ظهور صورة واحدة أو صورتين أو ثلاث صور، فتكون النواتج هي:

$$D = \{(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (H, T, T), (T, H, H), (T, H, T), (T, T, H)\}$$

$$P(D) = \frac{7}{8}$$

5 حدث الحصول على كتابة واحدة على الأكثر يعني إما ظهور كتابة واحدة فقط أو عدم ظهور كتابة، فتكون النواتج هي:

$$E = \{(H, H, H), (H, H, T), (H, T, H), (T, H, H)\}$$

$$P(E) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

## سؤال 4

عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات؛ أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

- 1 A حدث «الحصول على كتابتين».
- 2 B حدث «الحصول على كتابة واحدة على الأقل».
- 3 C حدث «الحصول على نفس الشيء في الرمتين».
- 4 D حدث «الحصول على كتابة واحدة على الأكثر».

## تعلم 2 الاحتمال التجريبي

يتم حساب احتمالية وقوع حدث ما من خلال إجراء التجربة عملياً، ثم تكرار التجربة عدة مرات وملاحظة عدد مرات حدوث الحدث. فعند قسمة هذا العدد على العدد الإجمالي للمحاولات نحصل على الاحتمال التجريبي.

$$\text{الاحتمال التجريبي لحدث ما} = \frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$$

أى أن:

**مثال 10** ألقيت قطعة نقود منتظمة 20 مرة، وكان عدد مرات ظهور الصورة 11 منها؛ أوجد الاحتمال التجريبي لظهور:

1 الصورة (H).  
2 الكتابة (T).

### الحل

1 عدد مرات ظهور الصورة (H) هو 11 مرة

$$P(H) = \frac{11}{20} = 0.55 = 55\%$$

2 عدد مرات ظهور الكتابة (T) هو 9 مرات (لأن  $20 - 11 = 9$ )

$$P(T) = \frac{9}{20} = 0.45 = 45\%$$

### • لاحظان

• كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة اقتربت قيمة الاحتمال التجريبي من قيمة الاحتمال النظرى.

**فمثلاً:** في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة نجد أن قيمة الاحتمال النظرى لظهور كتابة هو  $(50\% = \frac{1}{2})$

بينما في المثال السابق الاحتمال التجريبي لظهور كتابة هو 45%

**مثال 11** مدرسة بها 300 طالب في الصف الأول الإعدادى، فإذا كان احتمال النجاح في مادة الرياضيات 0.8 فأوجد العدد المتوقع للطلاب الناجحين في هذه المادة.

### الحل

العدد المتوقع للطلاب الناجحين في مادة الرياضيات = احتمال الطلاب الناجحين في مادة الرياضيات × العدد الكلى

$$\text{طالباً} \quad 0.8 \times 300 = \frac{8}{10} \times 300 = 240$$

### • لاحظان

العدد المتوقع لوقوع حدث معين = احتمال وقوع الحدث × العدد الكلى لفضاء العينة.

## سؤال 5

① نجح أحمد في تسجيل 65 رمية حرة من أصل 150 محاولة. احسب الاحتمال التجريبي لتسجيل الرمية الحرة التالية.

② ألقى دبوس رسم 200 مرة من ارتفاع مناسب، وكان عدد مرات وقوع الدبوس على رأسه 80 مرة.

أوجد الاحتمال التجريبي لوقوع الدبوس على:

(1) رأسه. (ب) قاعدته.

③ إذا كان احتمال إصابة شخص بمرض في إحدى المدن التى عدد سكانها 30,000 نسمة هو 0.06، فأوجد العدد

المتوقع للإصابة بهذا المرض؟

## مثال 12 علبة بها 4 أقلام جاف: قلم جاف أزرق، وقلم جاف أحمر، وقلم جاف أسود، وقلم جاف أخضر، جميعها متماثلة،

وقامت مجموعة من الأشخاص بسحب قلم عشوائي من هذه العلبة، فكانت النتائج كما بالجدول الموضح:

قلم جاف	النسب المئوية للاختيار
أزرق	20%
أحمر	32%
أسود	18%
أخضر	30%

- أوجد الاحتمال التجريبي عند سحب قلم جاف غير أحمر.
- أوجد الاحتمال النظري عند سحب قلم جاف أسود.
- إذا قام 400 شخص بسحب قلم عشوائي من هذه العلبة، فأوجد عدد الأشخاص المتوقع أن يقوموا بسحب قلم جاف أخضر مستخدمًا كلاً من الاحتمالين:

(أ) التجريبي. (ب) النظري.

- إذا قام 160 شخصًا بسحب قلم جاف أحمر فأوجد العدد الإجمالي للأشخاص الذين شملهم الاستطلاع الممثل بالجدول الموضح.

### الحل

- الاحتمال التجريبي: عند سحب قلم جاف غير أحمر ينتج من الجدول كالتالي:

$$100\% - 32\% = 68\%$$

- الاحتمال النظري: عند سحب قلم جاف أسود =  $\frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{العدد الكلي للنواتج}}$

$$P(\text{سحب قلم جاف أسود}) = \frac{1}{4} = 25\%$$

- (أ) الاحتمال التجريبي لسحب قلم جاف أخضر من الجدول - 30%

∴ عدد الأشخاص المتوقع أن يقوموا بسحب قلم جاف أخضر = 120 شخصًا.

$$(\text{لأن: } 400 \times \frac{30}{100} = 120)$$

$$(ب) \text{ الاحتمال النظري لسحب قلم جاف أخضر} = \frac{1}{4} = 25\%$$

∴ عدد الأشخاص المتوقع أن يقوموا بسحب قلم جاف أخضر = 100 شخص.

$$(\text{لأن: } 400 \times \frac{25}{100} = 100)$$

- نفرض أن عدد الأشخاص الذين شملهم الاستطلاع الممثل بالجدول =  $x$

$$\frac{32}{100} = \frac{160}{x}$$

$$\therefore x = \frac{160 \times 100}{32} = 500$$

عدد الأشخاص الذين شملهم الاستطلاع = 500 شخص.

## سؤال 6 سن؟

- تم اختيار عدد عشوائي محصور بين الرقمين 1، 10، وأجريت التجربة 50 مرة، فُسجِلت ظهور عدد فردي 20 مرة. ما الاحتمال التجريبي لظهور عدد زوجي؟ وما الاحتمال النظري لظهور رقم أقل من 5؟

العدد	عدد مرات الظهور
1	15
2	18
3	17
4	16
5	19
6	15

- ألقي طالب حجر نرد منتظمًا 100 مرة وسجل النتائج كما بالجدول:

(أ) أوجد الاحتمال التجريبي لظهور عدد فردي.

(ب) أوجد الاحتمال التجريبي لعدم ظهور العدد 6.

(ج) أوجد الاحتمال النظري لعدم ظهور العدد 6.

(د) إذا ألقي الطالب حجر النرد 200 مرة أخرى، فكم مرة

يتوقع أن يظهر العدد 3 من خلال الجدول المقابل؟



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

1 احتمال وقوع الحدث A يساوي

(أ)  $\frac{\text{عدد نواتج الحدث A}}{\text{العدد الكلي للنواتج}}$  (ب)  $\frac{\text{عدد الكلي للنواتج}}{\text{عدد نواتج الحدث A}}$  (ج) عدد نواتج الحدث A (د) لا شيء مما سبق

2 احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوي

(أ) 0 (ب) 1 (ج) -1 (د) 0.5

3 احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوي

(أ) -1 (ب) 1 (ج) 0 (د) 0.5

4 يمكن كتابة الاحتمال على صورة

(أ) كسر اعتيادي فقط (ب) كسر عشري فقط (ج) نسبة مئوية فقط (د) جميع ما سبق

5 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال ظهور الصورة يساوي

(أ) 0 (ب) 1 (ج)  $\frac{1}{3}$  (د) 0.5

6  $P(S) =$  [حيث S فضاء العينة للتجربة العشوائية].

(أ) 0 (ب) 1 (ج) 0.5 (د) -1

7 أي مما يلي يصلح أن يكون احتمالاً لحدث ما؟

(أ) -0.2 (ب) 1.2 (ج) 80% (د) -1

8 أي مما يلي يصلح أن يكون احتمالاً لحدث ما؟

(أ) 1.4 (ب) -1.4 (ج) 120% (د)  $\frac{4}{5}$

9 أي مما يلي لا يصلح أن يكون احتمالاً لحدث ما؟

(أ)  $\frac{5}{4}$  (ب) 0.24 (ج) 35% (د)  $\frac{1}{3}$

10 عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة فإن احتمال ظهور عدد أكبر من 6 يساوي

(أ) 0 (ب)  $\frac{1}{6}$  (ج) 1 (د) 0.6

11 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 2؟

(أ) 0 (ب)  $33\frac{1}{3}\%$  (ج) 50% (د) 75%

12 إذا كنت تفكر في شراء قلم واحد من مجموعة أقلام متماثلة تحتوي على 5 أقلام حمراء، قلمان لونهما أزرق،

و3 أقلام سوداء، إذا اخترت قلمًا عشوائيًا، فما احتمال أن يكون القلم أزرق؟

(أ)  $\frac{1}{4}$  (ب)  $\frac{1}{5}$  (ج)  $\frac{2}{15}$  (د)  $\frac{1}{15}$

13 إذا كان A حدثًا من تجربة عشوائية ذات فرص متساوية في الظهور، وكان احتمال الحدث A يساوي 40% وعدد

عناصر فضاء العينة 15 عنصرًا، فما عدد عناصر الحدث A؟

(أ) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 10

14 مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية لتجربة عشوائية يساوي

0 (أ) 1 (ب) 0.5 (ج) 2 (د)

15  $P(A) + P(\text{ليس } A) =$

0 (أ) -1 (ب) 1 (ج) 0.5 (د)

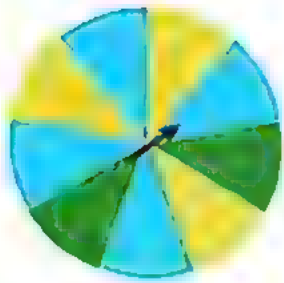
16 إذا كان  $P(A) = 0.6$  فإن  $P(\text{ليس } A) =$

0 (أ) 0.6 (ب) 0.4 (ج) 1 (د)

17 عند رمي حجر نرد منتظم 10 مرات متتالية، فإذا ظهر العدد 4 مرتين على الوجه العلوي للنرد،

فما الاحتمال التجريبي لعدم ظهور العدد 4؟

$\frac{1}{6}$  (أ)  $\frac{2}{10}$  (ب)  $\frac{5}{6}$  (ج)  $\frac{8}{10}$  (د)



18 لدى حمزة دوائر مقسمة إلى 9 أقسام متساوية كما هو موضح بالشكل المقابل،

عندما تدور وتتوقف يقع رأس السهم بشكل عشوائي على أحد الأقسام،

فما احتمال أن يقع رأس السهم على اللون الأزرق أو الأصفر؟

$\frac{2}{9}$  (أ)  $\frac{4}{9}$  (ب)

$\frac{7}{9}$  (ج)  $\frac{8}{9}$  (د)

19 إذا أُلقيت قطعة نقود 100 مرة، فظهرت الصورة في 31 مرة منها، فإن الاحتمال التجريبي لظهور الصورة

يساوي

31 (أ) 69 (ب) 0.31 (ج) 0.69 (د)

20 إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة 50 مرة، فظهرت الصورة في 23 مرة منها، فإن الاحتمال التجريبي لظهور الكتابة

يساوي

27 (أ) 0.27 (ب) 0.54 (ج) 0.46 (د)

2 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 A حدث ظهور عدد فردي. 2 B حدث ظهور عدد أكبر من 4.

3 C حدث ظهور أحد عوامل العدد 6. 4 D حدث ظهور عدد أقل من 7.

5 E حدث ظهور عدد يحقق المتباينة  $x \geq 2$  6 F حدث ظهور عدد يحقق المعادلة  $x - 2 = 1$

3 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

1 A حدث ظهور عدد زوجي. 2 B حدث ظهور عدد أولي.

3 C حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 5. 4 D حدث ظهور عدد أكبر من 1.

5 E حدث ظهور عدد يحقق المتباينة  $x < 5$  6 F حدث ظهور عدد يحقق المعادلة  $x - 4 = 3$

## أولاً قياس المفاهيم:

## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 الحدث  $T$  فضاء العينة.
- (أ) ينتمي إلى (ب) لا ينتمي إلى (ج) مجموعة جزئية من (د) ليس مجموعة جزئية من
- 2 الحدث الأولي (البسيط) هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تشتمل على
- (أ) عنصر واحد (ب) عنصرين على الأقل
- (ج) 3 عناصر فقط (د) كل عناصر فضاء العينة
- 3 احتمال وقوع الحدث المؤكد
- (أ)  $=$  (ب)  $<$  (ج)  $>$  (د)  $\geq$
- 4 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على العدد 5 يساوي
- (أ)  $\frac{1}{6}$  (ب)  $\frac{5}{6}$  (ج) 0.5 (د)  $\frac{1}{5}$
- 5 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على الحدث  $\{1, 3\}$  يساوي
- (أ)  $\frac{1}{3}$  (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج)  $\frac{1}{6}$  (د) 0
- 6 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على عدد زوجي يساوي
- (أ)  $\frac{1}{6}$  (ب)  $\frac{2}{6}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د) 50%
- 7 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال ظهور عدد أقل من 5 يساوي
- (أ)  $\frac{1}{3}$  (ب)  $\frac{1}{2}$  (ج)  $66\frac{2}{3}\%$  (د)  $\frac{1}{6}$
- 8 في تجربة إلقاء قطعة نقد مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوي، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوي
- (أ) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 8
- 9 في تجربة إلقاء قطعة نقد ثلاث مرات متتالية، وملاحظة الوجه العلوي، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوي
- (أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 16
- 10 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوي
- (أ) 6 (ب) 12 (ج) 24 (د) 36
- 11 صندوق به 35 كرة متماثلة منها 7 كرات بيضاء والباقي أحمر اللون وأسود اللون، فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست بيضاء يساوي
- (أ)  $\frac{1}{35}$  (ب)  $\frac{1}{5}$  (ج)  $\frac{4}{5}$  (د)  $\frac{34}{35}$

12 إذا سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مكتوب على كل بطاقة منها حرف من حروف كلمة (مصر)، فإن احتمال أن يكون هذا الحرف (م) يساوي

- (أ) 1 (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج) 0 (د) 0.1

13 إذا سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مكتوب على كل بطاقة منها حرف من حروف كلمة (برقوق)، فإن احتمال أن يكون هذا الحرف (ق) يساوي

- (أ) 5 (ب) 0.5 (ج)  $\frac{2}{5}$  (د)  $\frac{1}{5}$

14 إذا سحبت بطاقة من مجموعة بطاقات مكتوب عليها رقم من أرقام العدد (203478)، فإن احتمال أن يكون هذا الرقم (6) يساوي

- (أ)  $\frac{1}{6}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج) 0 (د)  $\frac{2}{3}$

## 2 أكمل ما يأتي:

1 تجربة سحب كارت يحمل الحرف S من مجموعة كروت متماثلة تحتوي جميعها على الحرف S هي تجربة

2 الحدث البسيط هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تحتوي على

3 الحدث المؤكد هو حدث عند إجراء التجربة العشوائية.

4 الحدث المستحيل هو حدث عند إجراء التجربة العشوائية.

5 فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرة واحدة هو

6 فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة هو

7 فضاء العينة لتوقع نتيجة مباراة كرة قدم بين فريقين هو

8 أسرة لديها طفل، فإن فضاء العينة المرتبط بنوع الطفل هو

9 أسرة لديها طفلان، فإن فضاء العينة المرتبط بنوع الطفل هو

10 أسرة لديها 3 أطفال، فإن عدد عناصر فضاء العينة المرتبط بنوع الطفل هو

11 عدد عناصر فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين هو

12 احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوي

13 احتمال وقوع الحدث المستحيل يساوي

14 في تجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة، فإن احتمال ظهور كتابة يساوي

15 في التجربة العشوائية يكون:  $\frac{\text{عدد نواتج الحدث } A}{\text{العدد الكلي للنواتج}}$

16 عند رمي حجر نرد منتظم 40 مرة متتالية، فإذا ظهر العدد 3 سبع مرات على الوجه العلوي للنرد، فإن الاحتمال

التجريبي لظهور العدد 3 يساوي

17 عند سحب بطاقة من مجموعة من البطاقات المتماثلة والمرقمة من 1 إلى 30 فإن حدث ظهور عدد

يقبل القسمة على 4 على البطاقة المسحوبة هو

- 18 **لـ** عند سحب بطاقة من بين مجموعة البطاقات المتماثلة والمرقمة من 25 إلى 34، فإن حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 3 على البطاقة المسحوبة هو ... ، واحتماله هو
- 19 **لـ** صُمم مكعب بحيث يحمل كل وجهين متقابلين فيه أحد الأرقام التالية 2، 4، 6 ألقى المكعب مرة واحدة، ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوي، فإن احتمال أن يكون العدد الظاهر على الوجه العلوي أوليًا هو
- 20 فصل دراسي يحتوي على 50 طالبًا، حضر منهم 45 طالبًا، فإذا تم اختيار طالب من القائمة عشوائيًا، فإن احتمال أن يكون الطالب غائبًا يساوي
- 21 صندوق يحتوي على 48 برتقالة منها 6 برتقالات تالفة، فإذا سُحبت من الصندوق برتقالة عشوائيًا فإن احتمال أن تكون هذه البرتقالة غير تالفة يساوي
- 22 **لـ** عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوي، فإن حدث أن يكون مجموع العددين 5 هو
- 23 كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة اقتربت قيمة الاحتمال التجريبي من قيمة الاحتمال

### ثانياً تطبيق المفاهيم العلمية:

- 3 **س** سحب بطاقة عشوائيًا من مجموعة بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 8، احسب احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة:
- 1 **A** عددًا فرديًا. 2 **B** عددًا أكبر من أو يساوي 6 3 **C** عددًا يقبل القسمة على 3
- 4 **D** عددًا مربعًا كاملاً. 5 **E** عددًا يحقق المتباينة  $x \leq 8$  6 **F** عددًا يحقق المتباينة  $x > 1$
- 7 **G** عددًا يحقق المتباينة  $x < 4$  8 **H** عددًا يحقق المتباينة  $x < 1$
- 4 **م** مجموعة مكونة من 40 تلميذًا نجح منهم 35 تلميذًا في الرياضيات، 30 تلميذًا في العلوم، اختير تلميذ عشوائيًا. أوجد احتمال وقوع كل من الأحداث التالية:
- 1 **A** حدث أن يكون التلميذ المختار ناجحًا في الرياضيات.
- 2 **B** حدث أن يكون التلميذ المختار ناجحًا في العلوم.
- 3 **C** حدث أن يكون التلميذ المختار راسبًا في العلوم.
- 5 **م** مجموعة الأرقام: {1, 2, 3} كون عددًا من رقمين، ما احتمال وقوع كل من الأحداث الآتية:
- 1 **A** مجموع الرقمين يساوي 5 2 **B** رقم الأحاد = رقم العشرات
- 6 **م** مجموعة الأرقام: {1, 2, 3, 4} كون عددًا من رقمين مختلفين، ما احتمال وقوع كل من الأحداث الآتية:
- 1 **A** حدث أن يكون رقم الأحاد زوجيًا. 2 **B** حدث أن يكون كلا الرقمين فرديًا.
- 7 **م** في عينة عشوائية تمثل 30 مشجعًا كرويًا، وجد أن 14 يشجعون النادي الأهلي، 11 يشجعون نادي الزمالك، 5 يشجعون نادي غزل المحلة، فإذا تم اختيار مشجع عشوائيًا، فما احتمال أن يكون المشجع متابعًا للنادي:
- 1 **A** الأهلي 2 **B** الزمالك 3 **C** غزل المحلة 4 **D** الإسماعيلي
- 8 **م** فصل دراسي به 32 تلميذًا منهم 12 ولدًا، إذا تم اختيار تلميذ عشوائيًا من الفصل، فما احتمال أن يكون التلميذ بنتًا.



9 الجدول التالي يبين عدد تلاميذ المرحلة الابتدائية بأحد المدارس:

الصف	الأول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	السادس
عدد التلاميذ	40	50	60	20	30	40

إذا تم اختيار طالب عشوائيًا، فما احتمال أن يكون الطالب في الصف:

1 «A» الثالث

2 «B» السادس أو الثاني

10 إذا سحبت بطاقة عشوائيًا من مجموعة من البطاقات المتماثلة مكتوب على كل منها حرف من حروف كلمة (رياضة)،

فاحسب احتمال أن البطاقة المسحوبة تحمل حرف:

1 «A» الألف 2 «B» الياء 3 «C» الراء 4 «D» الميم

11 كيس يحتوي على عدد من الكرات المتماثلة منها 6 كرات سوداء، 4 كرات بيضاء، 10 كرات حمراء، إذا اختيرت كرة

عشوائيًا فما احتمال أن تكون الكرة المختارة:

1 «A» سوداء 2 «B» بيضاء 3 «C» حمراء 4 «D» ليست بيضاء

5 «E» بيضاء أو حمراء 6 «F» خضراء

12 صندوق به عدة أقلام متماثلة، 8 أقلام حبر أحمر، 5 أقلام حبر أزرق، 2 قلم حبر أسود، إذا تم اختيار قلم عشوائيًا

فأوجد احتمال أن يكون القلم المختار:

1 «A» قلم حبر أحمر 2 «B» ليس قلم حبر أسود 3 «C» قلم حبر أخضر

13 كيس يحتوي على عدد من الكرات المتماثلة، منها 9 كرات خضراء والباقي من اللون الأبيض، فإذا كان احتمال سحب

كرة بيضاء يساوي  $\frac{2}{5}$ ، فأوجد عدد الكرات البيضاء.

### ثالث التحليل وتكامل المواد:

14 إذا كان A حدثًا من تجربة عشوائية ذات فرص متساوية في الظهور، وكان احتمال الحدث A يساوي  $\frac{2}{7}$ ،

وعدد عناصر فضاء العينة 21 عنصرًا، فأوجد عدد عناصر الحدث A.

15 إذا سحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 20، فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة عددًا:

1 «A» زوجيًا وأكبر من 9 2 «B» أوليًا 3 «C» مربعًا كاملاً

16 إذا ألقيت قطعة نقود منتظمة 80 مرة، فظهرت الصورة 44 مرة منها، فأوجد الاحتمال التجريبي لظهور:

1 الصورة (H) 2 الكتابة (T)

17 ألقى حجر نرد منتظم 60 مرة، فظهر رقم 2 على الوجه العلوي 25 مرة منها،

أوجد الاحتمال التجريبي لظهور الرقم 2 على الوجه العلوي.

## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 سحب كرة من كيس يحتوي على كرة صفراء وكرة خضراء وكرة سوداء جميعها متماثلة يعبر عن  
(أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (ج) حدث مستحيل (د) حدث مؤكد
- 2 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن حدث ظهور عدد أولي فردى يعتبر حدثاً  
(أ) مؤكداً (ب) ممكناً (ج) مستحيلاً (د) بسيطاً
- 3 إذا ألقي حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال ظهور عدد زوجي أولى يساوي  
(أ)  $\frac{1}{2}$  (ب)  $\frac{1}{6}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{2}{3}$
- 4 مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية لأي تجربة عشوائية يساوي  
(أ) 0 (ب) -1 (ج) 1 (د)  $\frac{1}{2}$
- 5 فصل دراسي به 45 طالباً وطالبة، وكان عدد الأولاد 25 ولذا، فإن احتمال اختيار بنت يساوي  
(أ)  $\frac{5}{9}$  (ب)  $\frac{4}{9}$  (ج)  $\frac{3}{9}$  (د)  $\frac{7}{9}$

## 2 أكمل ما يأتي:

- 1 احتمال الحدث المستحيل يساوي
- 2 إذا أُلقيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة، فإن احتمال ظهور كتابة =
- 3 15 بطاقة متماثلة مرقمة من 1 إلى 15 فإذا سُحبت بطاقة عشوائياً فإن احتمال أن تحمل البطاقة عدداً أولياً
- 3 في تجربة اختبار عدد صحيح من 2 إلى 11 اكتب فضاء العينة، ثم أوجد كل من الأحداث الآتية مبيّناً أي منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل وأيها ممكن؟
- 1 {A} حدث ظهور عدد فردي.
- 2 {B} حدث ظهور عدد أقل من 16.
- 3 {C} حدث ظهور عدد أقل من أو يساوي 4.
- 4 {D} حدث ظهور العدد 6.
- 5 {E} حدث ظهور عدد زوجي يقبل القسمة على 9.
- 6 {F} حدث ظهور عدد مربع كامل.
- 4 عند إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين وملاحظة نتائج الصور والكتابات، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:
- 1 {A} حدث الحصول على صورة في الرمية الثانية.
- 2 {B} حدث الحصول على كتابة واحدة على الأكثر.
- 3 {C} حدث الحصول على نفس الشيء في الرميّتين.
- 5 كيس به 5 كرات صفراء، 4 كرات خضراء، 6 كرات زرقاء جميعها متماثلة، عند سحب كرة عشوائياً من الكيس وملاحظة لونها، فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة..؟
- 1 صفراء 2 زرقاء 3 بيضاء 4 ليست صفراء 5 صفراء أو خضراء
- 6 قرص دوار يحمل الأرقام من 1 إلى 8 تم تدوير القرص 80 مرة، فتوقف مؤشر القرص عند الرقم 4 على القرص 20 مرة، أوجد الاحتمال التجريبي لتوقف مؤشر القرص عند الرقم 4

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مسلتواك

حل جميع التمارين

حل جميع التمارين

حل تدريبات أكثر

تدريبات أكثر

تابع مسلتواك



## 1 اختر الإجابة الصحيحة:

- 1 في تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {2, 3, 7}، فإن حدث ظهور عدد مجموع رقمي من 10 يعتبر حدثاً  
 (أ) مؤكداً (ب) بسيطاً (ج) ممكناً (د) مستحيلاً
- 2 سحب بطاقة من 5 بطاقات متماثلة جميعها مكتوب عليها العدد 3 يعتبر  
 (أ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (ج) حدثاً مستحيلاً (د) حدثاً مؤكداً
- 3 كيس يحتوي على 5 كرات بيضاء، 3 كرات خضراء، كرة حمراء، فإذا سُحبت كرة عشوائية من الكيس، فإن  
 أن تكون الكرة المسحوبة ليست خضراء يساوي  
 (أ)  $\frac{5}{9}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{2}{3}$  (د)  $\frac{1}{9}$
- 4 سُحبت بطاقة عشوائية من 50 بطاقة مرقمة من 1 إلى 50، فإن احتمال أن تحمل البطاقة عدداً مربعاً كاملاً يساوي  
 (أ)  $\frac{9}{50}$  (ب) 0.2 (ج)  $\frac{2}{25}$  (د) 14%
- 5 في تجربة إلقاء قطعة نقود خمس مرات متتالية وملاحظة الوجه العلوي، فما عدد عناصر فضاء العينة؟  
 (أ) 4 (ب) 8 (ج) 16 (د) 32

## 2 أكمل ما يأتي:

- 1 احتمال الحدث المؤكد يساوي
- 2 إذا اختير عشوائياً أحد أرقام العدد 726453 فإن احتمال أن يكون الرقم المختار فرداً يساوي
- 3 فضاء العينة لنواتج التجربة العشوائية «اختيار حرف من حروف كلمة (بور سعيد)» هو
- 3 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، اكتب الأحداث الآتية مبيّناً أي منها بسيط وأيها مؤكد وأيها مستحيل وأيها ممكن
- 1 الحدث «A» هو حدث «ظهور عددين أحدهما ضعف الآخر».
- 2 الحدث «B» هو حدث «ظهور عددين مجموعهما أكبر من 12».
- 3 الحدث «C» هو حدث «ظهور عددين حاصل ضربهما 36».
- 4 في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {3, 5, 6} ما احتمال كل من الأحداث الآتية
- 1 «A» حدث أن يكون مجموع الرقمين عدداً زوجياً؟
- 2 «B» حدث أن يكون رقم الأحاد زوجياً؟
- 3 «C» حدث أن يكون حاصل ضرب الرقمين من مضاعفات العدد 3؟
- 5 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:
- 1 «A» حدث ظهور عدد يقبل القسمة على 3.
- 2 «B» حدث ظهور عدد أكبر من 2.
- 3 «C» حدث ظهور أحد عوامل العدد 6.
- 4 «D» حدث ظهور عدد يحقق المتباينة:  $x \leq 6$
- 5 «E» حدث ظهور عدد يحقق المعادلة:  $x - 3 = 2$
- 6 إذا ألقيت قطعة نرد منتظمة 40 مرة فظهرت الكتابة 30 مرة منها، فأوجد الاحتمال التجريبي لظهور الصورة.

85 : 100%

65 : 84%

50 : 64%

أقل من 50%

تابع مستواك

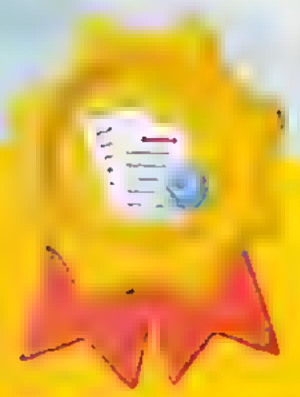


حل أسئلة الاختبار

حل تدريبات الاختبار

ننشر شرح الحصص مرة أخرى

★★★★★



# قِيَّامًا قِيَّامًا

• ملخص الوحدات. • التقييمات النهائية. • الإجابات النموذجية.

# ملخص الوحدات

## الوحدة الأولى القوى والأسس والجذور

### 1. القوى والأسس

• لأي عدد نسبي  $a$  ولأي عددين صحيحين  $m, n$  يكون:

القانون	المثال	الشرح
• $a^m \times a^n = a^{m+n}$	• $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5$	• عند ضرب القوى التي لها نفس الأساسات نحتفظ بالأساس ونجمع الأسس.
• $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ , $a \neq 0$	• $\frac{3^6}{3^2} = 3^{6-2} = 3^4$	• عند قسمة القوى التي لها نفس الأساسات نحتفظ بالأساس ونطرح الأسس.
• $a^0 = 1$ , $a \neq 0$	• $(-3)^0 = 1$	• أي عدد لا يساوي صفرًا مرفوعًا للأس صفر يساوي الواحد الصحيح.
• $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , $a \neq 0$	• $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$	• أي عدد لا يساوي صفرًا مرفوعًا للأس $(-n)$ يساوي المعكوس الضربي للعدد نفسه مرفوعًا للأس $n$ .

### 2. الصيغة العلمية

• يكتب العدد على الصيغة العلمية بالصورة:  $a \times 10^n$  حيث:  $n \in \mathbb{Z}$  ,  $1 \leq |a| < 10$

### 3. الجذور التربيعية والجذور التكعيبية

- الجذر التربيعي للعدد المربع الكامل  $(a)$  هو العدد الذي مربعه يساوي  $(a)$ .
- العدد المربع الكامل له جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب، وكل منهما معكوس جمعي للآخر، وحاصل جمعها يساوي صفرًا.
- الرمز  $\sqrt{\quad}$  يدل على الجذر التربيعي الموجب.
- الرمز  $-\sqrt{\quad}$  يدل على الجذر التربيعي السالب.
- الرمز  $\pm\sqrt{\quad}$  يدل على الجذرين التربيعيين الموجب والسالب.
- $\sqrt{x^2} = |x|$  ,  $\sqrt{x^{2n}} = |x^n|$  (حيث  $n$  عدد صحيح) ,  $\sqrt{0} = 0$
- الجذر التكعيبي للعدد المكعب الكامل  $(a)$  هو العدد الذي مكعبه يساوي  $(a)$ ، الجذر التكعيبي لعدد مكعب كامل له نفس إشارة العدد.
- الرمز  $\sqrt[3]{\quad}$  يدل على الجذر التكعيبي.
- $\sqrt[3]{x^3} = x$  ,  $\sqrt[3]{a^{3n}} = a^n$  (حيث  $n$  عدد صحيح) ,  $\sqrt[3]{0} = 0$



## الوحدة الثانية الجبر

### 1- المتباينات

- المتباينة تتكون من تعبيرين رياضيين بينهما واحدة من علامات التباين: ( $>$  ,  $<$  ,  $\geq$  ,  $\leq$ )
- خواص التباين:  $A$  ,  $B$  ,  $C$  ثلاثة أعداد، إذا كان  $A > B$  فإن:

أولاً:

$$\begin{aligned} 1 \quad A + C &> B + C \quad , \quad A - C > B - C \\ 2 \quad AC &> BC \quad , \quad \frac{A}{C} > \frac{B}{C} \quad , \quad C > 0 \\ 3 \quad AC &< BC \quad , \quad \frac{A}{C} < \frac{B}{C} \quad , \quad C < 0 \end{aligned}$$

ثانياً: إذا كان  $A > B$  فإن:  $\frac{1}{A} < \frac{1}{B}$  حيث  $A, B$  موجبان معاً أو سالبان معاً.



### 2- ضرب حد جبري في حد جبري آخر

- ضرب حد جبري في حد جبري آخر:

$$ax^m \times bx^n = a \times bx^{m+n}$$

- ضرب حد جبري في مقدار جبري ذي حدين أو أكثر نستخدم خاصية التوزيع:

$$\begin{aligned} \triangleright a(b+c) &= ab+ac \quad , \quad a(b-c)=ab-ac \\ \triangleright a(x+y+z) &= ax+ay+az \end{aligned}$$

### 3- ضرب المقدارين

- ضرب مقدار جبري ذي حدين في آخر ذي حدين:

$$\triangleright (x+a)(y+b) = xy+xb+ay+ab$$

- الضرب بمجرد النظر:

$$\triangleright (ax+c)(bx+d) = abx^2 + (ad+cb)x + cd$$

- مفكوك مربع مقدار جبري ذي حدين:

$$\triangleright (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\triangleright (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

- حاصل ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما:

$$\triangleright (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

### 4- قسمة حد جبري على آخر نقسم المعاملات ونطرح أسس المتغيرات التي لها نفس الأساسات:

- عند قسمة حد جبري على حد جبري آخر نقسم المعاملات ونطرح أسس المتغيرات التي لها نفس الأساسات:

$$\triangleright 8x^6 \div 2x^4 = \frac{8}{2} x^{6-4} = 4x^2 \quad \text{فمثلاً:}$$

- قسمة مقدار جبري على حد جبري: (نستخدم طريقة قسمة الكسور الاعتيادية)

$$\triangleright \frac{a+b}{c} = \frac{a}{c} + \frac{b}{c} \quad , \quad \frac{a-b}{c} = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$$





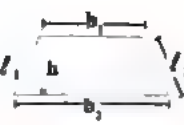
### 5- قسمة المقدارين

- عند قسمة مقدار جبري على مقدار جبري آخر لا يساوي الصفر، نستخدم طريقة القسمة المطولة،

علماً بأن: المقسوم = المقسوم عليه  $\times$  خارج القسمة.

## الوحدة الثالثة الهندسة والقياس

### 1. المساحات

الاسم	الشكل	الحيط	المساحة
المربع		$P = 4S$	$A = S^2$ ، $A = \frac{1}{2}d^2$
المستطيل		$P = 2(W + \ell)$	$A = W \times \ell$
متوازي الأضلاع		$P = 2(b_1 + b_2)$	$A = b_1 \times h_1 = b_2 \times h_2$
المعين		$P = 4S$	$A = Sh$ $A = \frac{1}{2}d_1 \times d_2$
شبه المنحرف		$P = b_1 + b_2 + \ell_1 + \ell_2$	$A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2) \times h$ ∴ طول القاعدة المتوسطة = مساحة شبه المنحرف = طول القاعدة المتوسطة × الارتفاع

### 2. الهندسة التحليلية

#### أولاً: الانعكاس في محوري الإحداثيات

النقطة وصورتها بالانعكاس في محوري الإحداثيات  $X, Y$  تكونان على بعدين متساويين من هذين المحورين والذي يسمى كل منهما محور الانعكاس.

$$A(x, y) \xrightarrow[\text{في محور X}]{\text{الانعكاس}} \hat{A}(x, -y) \quad A(x, y) \xrightarrow[\text{في محور Y}]{\text{الانعكاس}} \hat{A}(-x, y)$$

#### ثانياً: الانتقال

- يتحدد الانتقال  $(a, b)$  في المستوى الإحداثي عن طريق الإزاحة الأفقية ومقدارها  $|a|$  وإزاحة رأسية ومقدارها  $|b|$ .
- إذا كانت  $a$  موجبة فإنها تعني إزاحة إلى اليمين وإذا كانت سالبة فإنها تعني إزاحة إلى اليسار.
- إذا كانت  $b$  موجبة فإنها تعني إزاحة إلى أعلى وإذا كانت سالبة فإنها تعني إزاحة إلى أسفل.

$$A(x, y) \xrightarrow[(a, b)]{\text{انتقال}} \hat{A}(x + a, y + b)$$

#### الثالثة: الدوران

- يتحدد الدوران بمعرفة العناصر التالية: 1 مركز الدوران. 2 قياس زاوية الدوران. 3 اتجاه الدوران.
- إذا كان قياس زاوية الدوران موجباً فإن الدوران يكون ضد اتجاه حركة عقارب الساعة.
- إذا كان قياس زاوية الدوران سالباً فإن الدوران يكون مع اتجاه حركة عقارب الساعة.

$$\triangleright A(x, y) \xrightarrow[R(O, -270^\circ)]{R(O, 90^\circ)} \hat{A}(-y, x) \triangleright A(x, y) \xrightarrow[R(O, 270^\circ)]{R(O, -90^\circ)} \hat{A}(y, -x)$$

$$\triangleright A(x, y) \xrightarrow{R(O, \pm 180^\circ)} \hat{A}(-x, -y) \triangleright A(x, y) \xrightarrow{R(O, \pm 360^\circ)} \hat{A}(x, y) \quad [\text{يسمى الدوران المحايد}]$$

• خواص الانعكاس والانتقال والدوران:

كل من الانعكاس في مستقيم، والانتقال، والدوران حول نقطة في المستوى يحافظ على:

- 1 أطوال القطع المستقيمة.
- 2 قياسات الزوايا.
- 3 التوازي.
- 4 البينية.

### 3- تركيب التحويلات الهندسية

1 تركيب [انعكاس في محور X متبوعاً بالانعكاس في محور Y] يكافئ دوران  $R(O, \pm 180^\circ)$

2 تركيب [انتقال (a, b) متبوعاً بالانتقال (c, d)] يكافئ انتقالاً (a + c, b + d)

3 تركيب [دوران  $R(O, \theta_1)$  متبوعاً بالدوران  $R(O, \theta_2)$ ] يكافئ دوران  $R(O, \theta_1 + \theta_2)$

## الوحدة الرابعة الاحتمالات

### أولاً التجربة العشوائية - فضاء العينة - الأحداث:

• كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لا نستطيع أن نحدد أيًا من هذه النواتج سوف يتحقق فعليًا عند إجرائها.

• فضاء العينة: هو مجموعة كل النواتج الممكنة الحدوث لتجربة عشوائية ما، ويرمز لها بالرمز S،

ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز n(S)

• الحدث: هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

• وقوع الحدث: يقال إن الحدث قد وقع إذا ظهر أى عنصر من عناصره عند إجراء التجربة.

• الحدث المؤكد (S)، هو حدث لا بد أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

• الحدث المستحيل ( $\emptyset$ )، هو حدث لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية.

• الحدث البسيط (الأولى)، هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ويحتوى على عنصر واحد فقط.

• الحدث الممكن: هو مجموعة جزئية فعلية من فضاء العينة.

### ثانيًا الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي:

$$\triangleright P(\emptyset) = 0$$

$$\triangleright P(S) = 1$$

• احتمال الحدث المستحيل يساوى صفرًا.

• احتمال الحدث المؤكد يساوى واحدًا.

• احتمال الحدث الممكن يقع بين صفر والواحد.

$$\text{الاحتمال النظري: احتمال وقوع أى حدث} = \frac{\text{عدد نواتج الحدث}}{\text{العدد الكلى للنواتج}}$$

$$\triangleright P(A) + P(\text{ليس } A) = 1$$

$$\therefore P(\text{ليس } A) = 1 - P(A)$$

• لأي حدث A يكون:

• مجموع احتمالات جميع الأحداث الأولية لأي تجربة عشوائية = 1

$$\text{الاحتمال التجريبي: الاحتمال التجريبي للحدث} = \frac{\text{عدد مرات وقوع الحدث}}{\text{عدد مرات إجراء التجربة}}$$

# التقييمات النهائية

## تقديم نهائي

كتاب ٥٥٥

### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، ما عدد مرات ظهور نفس العدد في الرميّتين؟

(أ) 36 (ب) 16 (ج) 6 (د) 0

2 إذا كان:  $x > 3$  فإن:

(أ)  $x > 3$  (ب)  $x > -3$  (ج)  $x < 3$  (د)  $x < -3$

3 شبه منحرف ارتفاعه 8 سم وطولاه قاعدتيه المتوازيتين 7 سم، 10 سم،

فإن مساحته تساوي

(أ) 136 (ب) 68 (ج) 25 (د) 560

4 إذا كان:  $0.0034 = 3.4 \times 10^n$ ، فما قيمة n؟

(أ) 4 (ب) -4 (ج) -3 (د) 3

5 صورة النقطة  $(-1, 1)$  بالدوران  $R(0, 90^\circ)$  متبوعاً بالدوران  $R(0, -90^\circ)$  هي

(أ)  $(-1, -1)$  (ب)  $(1, 1)$  (ج)  $(1, -1)$  (د)  $(-1, 1)$

6 الأس المفقود في المعادلة:  $\frac{x^2}{x-5} = x^2$  حيث  $(x \neq 0)$  هو

(أ) 5 (ب) 4 (ج) 3 (د) -3

7 إذا كان:  $x^3 - 5 = -32$ ، فما قيمة  $2x$ ؟

(أ) 3 (ب) -3 (ج) -6 (د) 6

8 ما صورة النقطة  $(1, -6)$  بالانعكاس في محور Y متبوعاً بالانعكاس في محور X؟

(أ)  $(-1, -6)$  (ب)  $(-1, 6)$  (ج)  $(1, -6)$  (د)  $(6, 1)$

9 معين مساحته 35 بوصة مربعة، وطول أحد قطريه 10 بوصات، فإن طول قطره الآخر يساوي

(أ) 3.5 (ب) 7 (ج) 350 (د) 45 بوصة

### المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية

1 ارسم قطعة مستقيمة طولها 9 سم، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.

2 اختصر لأبسط صورة:  $1 - \sqrt{\frac{27}{125}} + \sqrt{\frac{49}{25}}$

3 أوجد خارج قسمة  $(x^2 - x - 20)$  على  $(x + 4)$  (حيث  $x \neq -4$ )



- 4 اختصر لأبسط صورة:  $(3n-2)^2 - (3n+2)(3n-2)$  ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما  $n = -2$ .
- 5 ارسم على الشبكة التربيعية المثلث ABC الذى فيه A (2, 0) ، B (-1, 6) ، C (-3, 4) ، ثم أوجد صورته بالانعكاس فى محور X.
- 6 أوجد مجموعة حل المتباينة:  $5x + 1 \leq 16$  فى N
- 7 فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على: عدد أولى فردى.

## التقييم نهائى

### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

- 1 أى مما يأتى يساوى  $2^6 - 9$  ؟  
 ( أ ) 12 - (ب) 12 (ج) 64 (د) 64 -
- 2 أى مما يلى يعبر عن العدد 73 000 000 بالصيغة العلمية؟  
 ( أ )  $73 \times 10^6$  (ب)  $0.73 \times 10^8$  (ج)  $7.3 \times 10^7$  (د)  $3.7 \times 10^7$
- 3 معين طولاً قطريه 10 أمتار، 14 متراً فإن مساحته تساوى متراً مربعاً.  
 ( أ ) 140 (ب) 70 (ج) 35 (د) 280
- 4 المعكوس الضربى للعدد  $5^{-3}$  هو  
 ( أ )  $(-5^3)$  (ب)  $(-5^{-3})$  (ج)  $5^3$  (د)  $5^{-3}$
- 5  $24a^3b^2c \div -6a^2b =$   
 ( أ )  $6a^2b$  (ب)  $4abc$  (ج)  $-4abc$  (د)  $-4ab$
- 6 مربع طول قطره 8 سم، فإن مساحته تساوى سنتيمتراً مربعاً.  
 ( أ ) 28 (ب) 16 (ج) 64 (د) 32
- 7 شبه منحرف مساحته 120 سنتيمتراً مربعاً وارتفاعه 10 سم، وطول أحد قاعدتيه المتوازيتين 14 سم، فإن طول القاعدة الأخرى يساوى سم.  
 ( أ ) 14 (ب) 10 (ج) 7 (د) 5
- 8 ما صورة النقطة (4, -3) بالدوران  $R(0, 90^\circ)$  ؟  
 ( أ ) (3, 4) (ب) (4, -3) (ج) (-4, 3) (د) (-4, -3)
- 9 سحب بطاقة من مجموعة بطاقات متماثلة مرممة دون معرفة الأرقام المكتوبة على البطاقات.  
 ( أ ) تجربة عشوائية (ب) ليست تجربة عشوائية (ج) حدث مستحيل (د) حدث مؤكد



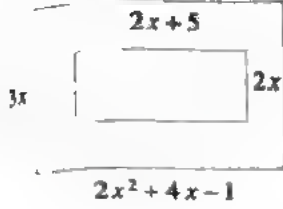
## المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية

1 أوجد لي أبسط صورة:  $\frac{a^2 \times a^3}{a^4 \times a^6}$  (حيث  $a \neq 0$ )، ثم أوجد قيمة الناتج عندما  $a = -2$

2 ما مجموعة حل المتباينة:  $2x - 3 \leq 5x + 12$  في  $Z$

3 في الشكل المقابل:



أوجد في أبسط صورة المقدار الجبري الذي يعبر عن مساحة الجزء المظلل.

4 أوجد قيمة  $b$  التي تجعل المقدار  $(x^2 + 9x + b)$  يقبل القسمة على  $(x + 4)$ . (حيث  $x \neq -4$ )

5 ارسم زاوية قياسها  $120^\circ$ ، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.

6 ارسم على الشبكة التريعية المعين ABCD الذي فيه  $A(1, 0)$ ،  $B(-1, -3)$ ،  $C(-3, 0)$ ،  $D(-1, 3)$ ، ثم أوجد صورته بانتقال  $(3, 4)$ .

7 إذا سُحبت بطاقة عشوائيًا من بطاقات متماثلة مرقمة من 18 إلى 27، فما احتمال أن تحمل البطاقة عددًا يقبل القسمة على 5؟



## المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 أي مما يأتي يساوي خمس العدد  $5^x$ ؟

- (أ)  $1^x$  (ب)  $(\frac{1}{5})^x$  (ج)  $5^{x+1}$  (د)  $5^{x-1}$

2 أي من المتباينات الآتية تعبر عن الموقف التالي: «يحتاج هاني 3 ساعات على الأقل لحل الواجب»؟

- (أ)  $x < 3$  (ب)  $x \leq 3$  (ج)  $x \geq 3$  (د)  $x > 3$

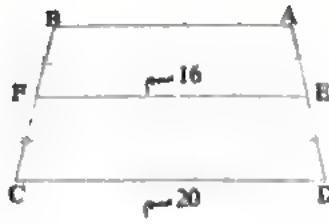
3 املأ صورة النقطة  $(-9, 2)$ ، بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  هي

- (أ)  $(2, 9)$  (ب)  $(-2, 9)$  (ج)  $(-2, -9)$  (د)  $(2, -9)$

4  $3^{-4} =$

- (أ)  $-\frac{1}{81}$  (ب)  $(\frac{1}{3})^4$  (ج)  $(\frac{1}{3})^{-4}$  (د)  $\frac{1}{8}$

5 في الشكل المقابل:



ما طول  $\overline{AB}$  بالسنتيمتر:

(أ) 36 (ب) 24

(ج) 12 (د) 18

$$\sqrt{4} - \sqrt[3]{-8} = \dots \dots \dots 6$$

(أ) 0 (ب) 4 (ج) 2 (د) 8

7 ما صورة النقطة  $(2, -5)$ ، بالانتقال  $(-4, 2)$  متبوعًا بالانتقال  $(0, 3)$ ؟

(أ)  $(0, 0)$  (ب)  $(2, 0)$  (ج)  $(-2, 0)$  (د)  $(0, -2)$

8 في تجربة تكوين عدد من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام  $\{2, 4, 5\}$ ، ما عدد عناصر فضاء العينة؟

(أ) 9 (ب) 8 (ج) 6 (د) 4

9 إذا كانت  $A'$  صورة النقطة  $A$  بالانعكاس في محور  $Y$ ، وكانت النقطة  $A$  تقع في الربع الثاني، فما الربع الذي تقع فيه النقطة  $A'$ ؟

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

### المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية

1 أوجد في أبسط صورة:  $\left(\frac{3^7 \times 3^{-3}}{3^3}\right)^{-1}$

2 أوجد مجموعة حل المتباينة التالية:  $4x + 5 \geq 1$  في  $N$

3 إذا كان عدد طلاب إحدى المدارس يساوي  $(15x^4 + 25x^3 + 10x^2)$ ، وكان عدد طلاب كل فصل يساوي  $5x^2$ ،

فما عدد فصول المدرسة بدلالة  $x$ ؟

4 مستطيل مساحته  $(x^2 + 6x - 27)$  وحدة مربعة، وعرضه  $(x - 3)$  وحدة طول، أوجد طوله عند  $x = 7$ .

5 باستخدام الأدوات الهندسية: ارسم المثلث  $ABC$  الذي فيه: طول  $\overline{AB}$  يساوي 5 سم، طول  $\overline{AC}$  يساوي 6 سم،  $m$

$(\angle A) = 70^\circ$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

6 ارسم المثلث  $ABC$  حيث  $A(-2, 5)$ ،  $B(1, 3)$ ،  $C(-4, 4)$ ، ثم أوجد صورته بالدوران  $R(O, -90^\circ)$ .

7 كيس يحتوي على 30 كرة متماثلة حمراء وخضراء، وكان احتمال سحب كرة خضراء  $\frac{2}{5}$ ،

فأوجد عدد الكرات الحمراء في الكيس.

### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1  $a + a^{-2} =$  (حيث  $a \neq 0$ )

(أ)  $a^2$  (ب)  $a^2$  (ج)  $\frac{1}{a^3}$  (د)  $a^3$

2 أي مما يأتي يساوي 0.00000029 ؟

(أ)  $2.9 \times 10^6$  (ب)  $29 \times 10^7$  (ج)  $2.9 \times 10^{-7}$  (د)  $2.9 \times 10^7$

3 كيس به 5 كرات خضراء، 4 كرات حمراء، 3 كرات بيضاء جميعها متماثلة، إذا سُحبت كرة عشوائيًا من

الكيس وملاحظة لونها، فإن احتمال أن تكون الكرة المسحوبة خضراء أو بيضاء =

(أ)  $\frac{7}{12}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{2}{3}$  (د) 1

4  $= \frac{2^5 \times 2^3}{2^2}$

(أ) 1 (ب) 2 (ج)  $2^2$  (د)  $2^3$

5  $x(x-1) + x =$

(أ)  $x^2 + x$  (ب)  $x^2$  (ج)  $x^2 - 1$  (د)  $x$

6 شبه منحرف ارتفاعه 6 سم، طول كل من قاعدتيه المتوازيين 6 سم، 12 سم، فإن مساحته تساوي

(أ) 24 (ب) 27 (ج) 54 (د) 108

7 معين مساحته 50 وحدة مربعة، فما حاصل ضرب طولَي قطريه ؟

(أ) 50 (ب) 25 (ج) 200 (د) 100

8 إذا كانت النقطة  $A(5, -3)$  هي صورة النقطة A بانتقال  $(2, 2)$ ، فإن النقطة A هي

(أ)  $(7, 1)$  (ب)  $(3, -5)$  (ج)  $(1, 7)$  (د)  $(-3, 5)$

9 ما صورة النقطة  $(2, 3)$  بدوران  $R(O, -90^\circ)$ ، متبوعًا بدوران  $R(O, 180^\circ)$  ؟

(أ)  $(3, -2)$  (ب)  $(-3, -2)$  (ج)  $(-3, 2)$  (د)  $(2, 3)$

### المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية

1 أوجد في أبسط صورة:  $\sqrt{\frac{144}{49}} \times \sqrt[3]{\frac{27}{216}} \times \left(\frac{-3}{7}\right)^{-1}$

2 أوجد مجموعة حل المتباينة التالية:  $3x + 2 > 7$  في Z

3 أوجد مفكوك:  $(5x - 7)^2$

- 4 اختصر لأبسط صورة:  $\frac{2x(4x^2 - 6x - 10)}{4x}$ ، ثم أوجد القيمة العددية للنتائج عندما  $x = -1$ .
- 5 باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ABC الذى فيه: طول  $\overline{AC}$  يساوى 7 سم،  $m(\angle A) = 40^\circ$ ،  $m(\angle C) = 70^\circ$ ، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه.
- 6 ارسم على الشبكة التربيعية متوازي الأضلاع ABCD الذى فيه  $A(1, 1)$ ،  $B(5, 1)$ ،  $C(7, 4)$ ،  $D(3, 4)$ ، ثم أوجد صورته بالدوران  $R(O, 180^\circ)$ .
- 7 فى تجربة تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام  $\{3, 4, 7\}$  ما احتمال اختيار عدد مجموع رقميه عدد فردى.

### تقييم نهائى

مجموع

### المجموعة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 أى مما يأتى يساوى  $3^4 + 3^4 + 3^4$  ؟

(د)  $3^{4+1}$

(ج)  $3^{3 \times 4}$

(ب)  $3^4$

(أ)  $9^{3 \times 4}$

2  $\sqrt{36 + 64} = 6 + \dots$

(د) 6

(ج) 4

(ب) 10

(أ) 8

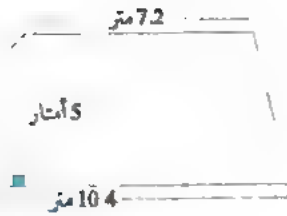
3 إذا كان:  $x^2 + y^2 = 10$ ،  $(x + y)^2 = 18$ ، فما قيمة  $xy$  ؟

(د) 10

(ج) 4

(ب) 2

(أ) 8



متراً مربعاً.

4 مساحة الشكل المقابل تساوى

(ب) 52

(أ) 88

(د) 36

(ج) 44

5 صورة النقطة  $(1, 2)$  بالانتقال  $(3, 4)$  هى

(د)  $(2, 2)$

(ج)  $(-4, -6)$

(ب)  $(6, 4)$

(أ)  $(4, 6)$

6 إذا كان العدد:  $a \times 10^{-8}$  مكتوباً بالصيغة العلمية فإن قيمة  $a$  يجب أن تساوى

(د) 300

(ج) 30

(ب) 3

(أ) 0.3

7 معين طول قطره الأكبر  $(4K)$  وحدة طول، وكان طول قطره الأكبر ضعف طول قطره الأصغر فإن مساحته تساوى وحدة مساحة.

(د)  $K^2$

(ج)  $4K^2$

(ب)  $3K^2$

(أ)  $2K^2$

8 ما صورة النقطة  $(2, -7)$  بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  ؟

(د)  $(-7, 2)$

(ج)  $(-2, 7)$

(ب)  $(-2, -7)$

(أ)  $(-7, -2)$

9 عند رمى حجر نرد متظم 15 مرة متتالية، إذا ظهر العدد 3 مرتين على الوجه العلوى للنرد، فما الاحتمال التجريبي لعدم ظهور العدد 3 ؟

(د)  $\frac{1}{5}$

(ج)  $\frac{13}{15}$

(ب)  $\frac{1}{3}$

(أ)  $\frac{2}{15}$

## المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 اختصر لأبسط صورة:  $\frac{12x^6 + 8x^4 + 4x^2}{2x^2}$

2 اكتب ناتج ما يأتي بالصيغة العلمية:  $(6.4 \times 10^5) + (10.8 \times 10^4)$

3 اختصر لأبسط صورة:  $3x(2x - 1) - 2x(3x + 5)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عندما:  $x = 1$

4 أوجد مجموعة حل المتباينة الآتية:  $1 - 2x \geq 7$  في  $N$

5 باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ABC الذي فيه:  $AB = 8$  سم،  $BC = 5$  سم،  $AC = 4$  سم، ثم حدد بالقياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

6 ارسم في المستوى الإحداثي المثلث ABC حيث  $A(1, 3)$ ،  $B(4, 5)$ ،  $C(-2, 2)$ ، ثم ارسم صورته بالانعكاس في محور  $X$  متبوعاً بالانعكاس في محور  $Y$ .

7 في تجربة رمى قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، وملاحظة نتائج ظهور الصور والكتابات، أوجد احتمال ظهور صورة في الرمتين.



## المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، احتمال ظهور العدد 5 يساوي

(أ)  $\frac{1}{5}$  (ب)  $\frac{1}{6}$  (ج)  $\frac{5}{6}$  (د) 1

2  $\sqrt{\left(\frac{-3}{7}\right)^2} =$

(أ)  $\frac{-3}{7}$  (ب)  $\frac{3}{7}$  (ج)  $\frac{9}{49}$  (د)  $\frac{-9}{49}$

3 مربع طول قطره 6 سم، فإن مساحته تساوي

(أ) 9 (ب) 12 (ج) 18 (د) 36

4 العدد  $29 \times 10^5$  على الصيغة العلمية هو

(أ)  $2.9 \times 10^4$  (ب)  $2.9 \times 10^6$  (ج)  $0.29 \times 10^7$  (د)  $0.029 \times 10^8$

5  $(10a^8b^6) + (2a^2b^2) =$ ،  $a \neq 0$ ،  $b \neq 0$

(أ)  $5a^4b^3$  (ب)  $5a^{10}b^8$  (ج)  $5a^6b^4$  (د)  $8a^6b^4$

6 صورة النقطة  $(8, 3)$  بالانعكاس في محور  $X$  هي

(أ)  $(8, 3)$  (ب)  $(-8, 3)$  (ج)  $(8, -3)$  (د)  $(-8, -3)$

7  $\sqrt{\sqrt{16}} =$

(أ) 2 (ب) -2 (ج)  $\pm 4$  (د) 4



8 صورة النقطة (2, 4) بالدوران  $R(0, 90^\circ)$  هي

- (أ) (4, 2) (ب) (-4, 2) (ج) (4, -2) (د) (-4, -2)

9 شبه منحرف طولاً قاعدتيه المتوازيتين 8 بوصات، 6 بوصات وارتفاعه 4 بوصات، فإن مساحته تساوي بوصة مربعة.

- (أ) 56 (ب) 28 (ج) 14 (د) 30

### المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 ارسم  $\angle ABC$  قياسها  $120^\circ$  ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار بالنصف  $\overrightarrow{BD}$ . (لا تمسح الأقواس)

2 اختصر لأبسط صورة:  $\sqrt{\frac{25}{49}} - \sqrt[3]{\frac{125}{343}} + \left(\frac{5}{7}\right)^0$

3 أوجد خارج قسمة:  $(x - x^3 + x^2) \div (-x)$  (حيث  $x \neq 0$ )

4 اختصر لأبسط صورة المقدار:  $(a + b)^2 + (2a - b)(3a - 4b)$

5 كيس يحتوي على 3 كرات حمراء، 7 كرات بيضاء، 5 كرات سوداء، فإذا تم سحب كرة واحدة عشوائياً، فأوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة ليست حمراء.

6 أوجد مجموعة حل المتباينة:  $7x - 1 < 13$  في  $N$ .

7 معين طولاً قطريه 8 سم، 14 سم، وشبه منحرف ارتفاعه 10 سم، وطولاً قاعدتيه المتوازيتين 7 سم، 3 سم، احسب مجموع مساحتهما.



كتاب عام

### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \sqrt{\frac{1}{81}} + \left(\frac{2}{5}\right)^0 =$

- (أ) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3

2 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة أربع مرات متتالية، فإن عدد عناصر فضاء العينة يساوي

- (أ) 2 (ب) 4 (ج) 8 (د) 16

3  $(2a^2b^2) \times (3a^3b^3) =$

- (أ)  $5a^5b^5$  (ب)  $6a^5b^5$  (ج)  $5a^6b^3$  (د)  $a^6b^6$

4 معين طول ضلعه 7 سم وارتفاعه 4 سم، فإن مساحته تساوي مستقيماً مربعاً.

- (أ) 14 (ب) 28 (ج) 56 (د) 11

5 صورة النقطة (2, 9) بالانعكاس في محور Y هي

- (أ) (2, 9) (ب) (-2, 9) (ج) (2, -9) (د) (-2, -9)

6 صورة النقطة (1, 3) بالانتقال (2, 1) متبوعاً بالانتقال (1, -5) هي

- (أ) (3, 4) (ب) (2, -2) (ج) (3, -4) (د) (4, -1)

7  $\frac{a^{-3}}{a^{-3}}$  في أبسط صورة = . ( $a \neq 0$ )

(أ)  $a^{-8}$  (ب)  $a^{-2}$  (ج)  $a^2$  (د)  $a^8$

8 أي الأعداد التالية ليس على الصيغة العلمية

(أ)  $1 \times 10^5$  (ب)  $-2.4 \times 10^7$  (ج)  $3 \times 10^{-4}$  (د)  $3 \times 2^{10}$

9 شبه منحرف مساحته 48 سنتيمتراً مربعاً وارتفاعه 8 سم، فإن مجموع طولي قاعدتيه المتوازيين = سم.

(أ) 6 (ب) 12 (ج) 16 (د) 10

### المجموعة الثانية:

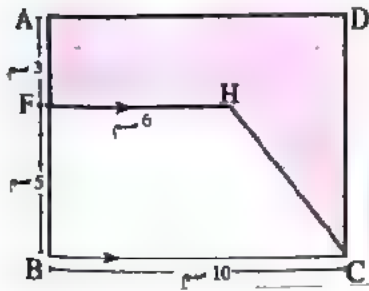
1 اختصر لأبسط صورة:  $(2a^2b^2) \div (10a^8b^6)$  (حيث المقام  $\neq 0$ )

2 من مجموعة الأرقام  $\{1, 2, 3, 4\}$  كون عدداً من رقمين مختلفين، اكتب قضاء العينة لتجربة اختيار عدد من مجموعة الأعداد الناتجة، ثم أوجد احتمال أن يكون مجموع رقمي العدد المختار 5.

3 إذا كانت  $a = 2$ ،  $b = -3$ ،  $c = 5$  فأوجد القيمة العددية للمقدار:  $16a^3 + b^3 + c^2$

4 أوجد خارج قسمة:  $(x^3 + 8)$  على  $(x + 2)$  حيث  $x \neq -2$ ، ثم احسب قيمة خارج القسمة عند  $x = -1$

5 ارسم على الشبكة التريعية  $\overline{AB}$  حيث  $A(2, 3)$ ،  $B(5, 1)$ ، ثم أوجد صورتها بالدوران  $R(O, 90^\circ)$ .



6 في الشكل المقابل:

$\overline{FH} \parallel \overline{AD}$ ،  $F \in \overline{AB}$ ، مستطيل ABCD

احسب مساحة المنطقة المظللة.

7 أوجد مجموعة حل المتباينة:  $2x + 7 \leq 1$  في Z.

### تقديم نهائي

جواب عنه

### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 احتمال الحدث المستحيل =

(أ) 0 (ب) 1 (ج) 0.1 (د) 0.5

2 إذا كان:  $\left(\frac{1}{5}\right)^4 \times b = 1$  فإن قيمة  $b$  =

(أ)  $\left(\frac{1}{5}\right)^3$  (ب)  $5^{-4}$  (ج)  $5^4$  (د)  $\frac{1}{5}$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt[3]{\frac{1}{27}} - \left(\frac{2}{5}\right)^0 = \dots\dots\dots 3$$

- (أ) 3 (ب) 1 (ج) 2 (د) 0

4 صورة النقطة (4, 6)، بالدوران  $R(0, 270^\circ)$  هي .

- (أ) (4, 6) (ب) (-4, 6) (ج) (4, -6) (د) (-6, 4)

5 صورة النقطة (3, 8)، بالانتقال  $(x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$  هي .

- (أ) (1, 7) (ب) (5, 7) (ج) (1, -9) (د) (1, 9)

6 معين مساحته 60 ستيماً مربعاً وطول أحد قطريه 12 سم فإن طول القطر الآخر = سم.

- (أ) 5 (ب) 8 (ج) 10 (د) 6

7 أى مما يأتى يساوى 0.000077؟

- (أ)  $7.7 \times 10^{-5}$  (ب)  $7.7 \times 10^5$  (ج)  $7.7 \times 10^6$  (د)  $7.7 \times 10^{-6}$

8 شبه منحرف ارتفاعه 9 أمتار وطول قاعدته المتوسطة 8 أمتار، فإن مساحته = متراً مربعاً.

- (أ) 18 (ب) 24 (ج) 36 (د) 72

9 حيث  $a \neq 0$ ،  $\frac{a^{10} + a^6}{a^2} =$

- (أ)  $a^5 + a^3$  (ب)  $a^8 + a^4$  (ج)  $a^8$  (د)  $a^{14}$

## المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 أوجد في أبسط صورة ناتج:  $\frac{7^8 \times 7^3 \times 7}{7^{10}}$

2 إذا سحبت بطاقة عشوائياً من بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 20،

فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة عدداً يقبل القسمة على 3.

3 أوجد خارج قسمة:  $18 + 9x + x^2$  على  $x + 3$  (حيث  $x \neq -3$ )

4 أوجد مجموعة حل المتباينة:  $5x - 2 < 3$  في N

5 أيهما أكبر في المساحة: مربع طول قطره 14 بوصة، أم معين طولاً قطريه 10 بوصات، 8 بوصات؟

6 ارسم في المستوى الإحداثى المستطيل ABCD حيث A(-3, 1)، B(1, 1)، C(1, 4)، D(-3, 4)،

ثم أوجد صورته بالانتقال (2, -3).

7 اختصر لأبسط صورة:  $(x + 5)(x + 2) - \frac{x^4 + 7x^3 + x^2}{x^2}$  (حيث  $x \neq 0$ ).



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

1 احتمال الحدث المؤكد =

(أ) 0 (ب) 1 (ج) 0.1 (د) 0.5

2  $\sqrt[3]{0.125} + \sqrt{0.25} =$

(أ) 0 (ب) 1 (ج) 0.1 (د) 0.01

3  $\frac{10x^2 - 13x - 3}{5x + 1} =$

(أ)  $2x + 3$  (ب)  $2x - 3$  (ج)  $2x - 1$  (د)  $2x + 1$

4 صورة النقطة  $(3, -7)$  بالانعكاس في محور  $X$  متبوعًا بالانعكاس في محور  $Y$  هي

(أ)  $(3, 7)$  (ب)  $(-3, 7)$  (ج)  $(3, -7)$  (د)  $(-3, -7)$

5 أي الدورانات الآتية يجعل النقطة  $(4, 3)$  هي صورة النقطة  $(-3, 4)$

(أ)  $R(O, 90^\circ)$  (ب)  $R(O, 180^\circ)$  (ج)  $R(O, -90^\circ)$  (د)  $R(O, 360^\circ)$

6 معين طول ضلعه 10 سم، وارتفاعه 9.6 سم وطول أحد قطريه 12 سم، فإن طول القطر الآخر =

(أ) 4 (ب) 8 (ج) 16 (د) 10

7 مربع مساحته 112.5 سنتيمتر مربع فإن طول قطره =

(أ) 10.6 (ب) 15 (ج) 10 (د) 12

8  $\sqrt[3]{\sqrt{64}} =$

(أ) 8 (ب)  $\pm 8$  (ج) 2 (د) 4

9  $= 2^{30} + 2^{30}$

(أ)  $2^{60}$  (ب)  $4^{30}$  (ج)  $4^{60}$  (د)  $2^{31}$

## المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية

1 اختصر:  $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \sqrt{\frac{25}{4}} + \sqrt[3]{\frac{125}{64}}$

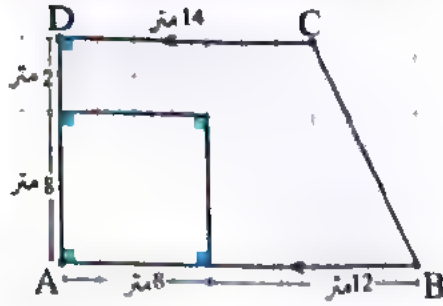
2 أوجد مجموعة حل المتباينة:  $1 - 2x \geq 5$  في  $Z$ .

3 في المستوى الإحداثي ارسم المثلث  $ABC$  الذي فيه  $A(0, 1)$ ،  $B(4, 0)$ ،  $C(2, -4)$ ،

ثم أوجد صورته بالانتقال  $(-3, 1)$ .

4 اختصر لأبسط صورة:  $(2x + y)^2 + (x - y)(x + 3y)$

5 الشكل المقابل:



يمثل شبه منحرف ABCD ،

احسب مساحة المنطقة المظللة.

6 تعرض السينما مجموعة من الأفلام كالتالي: 5 أفلام كوميدى، 2 فيلم كارتون، 4 أفلام رعب،

إذا تم اختيار فيلم عشوائيًا، فما احتمال أن يكون الفيلم المختار فيلم رعب؟

7 أوجد خارج قسمة:  $\frac{48a^2b^3 - 24a^2b^2 + 12ab^2}{-12ab^2}$  (حيث المقام  $\neq 0$ ) ،

ثم أوجد قيمة الناتج عندما  $a = 1$  ،  $b = -1$

### 10 التقييم لثالثي

#### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الاحداث المعطاة:

1 إذا كانت  $a = -\frac{1}{3}$  ، فإن  $a^{-2} =$

( أ )  $\frac{1}{9}$  (ب)  $-\frac{1}{9}$  (ج) 9 (د) -9

2 العدد 77 مليونًا بالصيغة العلمية هو .

( أ )  $77 \times 10^6$  (ب)  $7.7 \times 10^6$  (ج)  $7.7 \times 10^5$  (د)  $7.7 \times 10^7$

3 شبه منحرف مساحته 50 سنتيمترًا مربعًا وطولاه قاعدتيه المتوازيتين 12 سم ، 8 سم ، فإن ارتفاعه = سم .

( أ ) 10 (ب) 5 (ج) 7.5 (د) 9

4  $(-4a^3) \times (5a^5) =$

( أ )  $-20a^8$  (ب)  $-20a^{14}$  (ج)  $-20a^2$  (د)  $-20a^{-2}$

5  $= 2^y + 2^y$

( أ )  $4^y$  (ب)  $2^{y+1}$  (ج)  $2^{2y}$  (د)  $4^{y-1}$

6 مساحة المعين الذى طولاً قطريه 14 مترًا، 10 أمتار تساوى متراً مربعاً.

( أ ) 280 (ب) 140 (ج) 70 (د) 35



- 7 صورة النقطة  $(-3, -4)$  بالانعكاس في محور  $X$  هي
- (أ)  $(3, -4)$  (ب)  $(-3, 4)$  (ج)  $(-3, -4)$  (د)  $(3, 4)$
- 8 صورة النقطة  $(5, 2)$  بالدوران  $R(O, 180^\circ)$  متبوعاً بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي
- (أ)  $(2, 5)$  (ب)  $(-2, 5)$  (ج)  $(2, -5)$  (د)  $(-2, -5)$
- 9 أي مما يلي يمكن أن يمثل احتمالاً لحدث ما؟
- (أ)  $-0.2$  (ب)  $1.2$  (ج)  $20\%$  (د)  $200\%$

### المجموعة الثانية:

#### أجب عن الأسئلة الآتية

- 1 أوجد في أبسط صورة: حيث  $a \neq 0$ ،  $\frac{(-a)^4 \times a^6}{(-a)^3 \times (-a)^3}$  ثم احسب قيمة المقدار عندما  $a = 2$
- 2 إذا كان:  $(x - 2)$  أحد عاملي المقدار  $x^2 - 7x + 10$  أوجد العامل الآخر.
- 3 أوجد في  $Z$  مجموعة حل المتباينة:  $2(2x + 3) \leq 5x + 2$
- 4 أوجد في أبسط صورة:  $(4a + 3b)(4a - 3b) - (4a - 3b)^2$
- 5 أوجد مجموع مساحتي شبه المنحرف الذي ارتفاعه 6 بوصات، طولاً قاعدتيه المتوازيتين 13 بوصة، 11 بوصة، ومربع طول قطره 20 بوصة.
- 6 ارسم على الشبكة التربيعية المثلث  $ABC$  الذي فيه  $A(5, 1)$ ،  $B(5, -3)$ ،  $C(1, -3)$ ، ثم أوجد صورت بالانتقال  $(-4, -3)$ .
- 7 إذا سحبت بطاقة عشوائياً من بطاقات متماثلة مرقمة من 1 إلى 30، فأوجد احتمال أن تحمل البطاقة: عددًا مربعًا كاملاً



### المجموعة الأولى:

أحذر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

- 1  $\sqrt{a^{12}} = \sqrt{\quad}$
- (أ)  $a^4$  (ب)  $a^2$  (ج)  $a^8$  (د)  $a^6$
- 2 أي مما يأتي يساوي  $0.0000201$  ؟
- (أ)  $201 \times 10^4$  (ب)  $2.01 \times 10^5$  (ج)  $2.01 \times 10^{-5}$  (د)  $2.01 \times 10^4$
- 3 ما المتباينة التي تعبر عن أن درجة الطالب  $x$  في أحد الاختبارات لا تقل عن 15 ؟
- (أ)  $x < 15$  (ب)  $x \leq 15$  (ج)  $x > 15$  (د)  $x \geq 15$

4 المقدار  $\frac{m^4}{m^6}$  في أبسط صورة =

(أ)  $m^4$  (ب)  $\frac{1}{m^2}$  (ج)  $\left(\frac{1}{m}\right)^3$  (د)  $m^6$

5 معين محيطه 12 سم وارتفاعه 5 سم، فإن مساحته = ستيمترًا مربعًا.

(أ) 60 (ب) 30 (ج) 15 (د) 20

6 شبه منحرف طولاه قاعدتيه المتوازيين 6 بوصات، 10 بوصات، فإن طول قاعدته المتوسطة = بوصة.

(أ) 16 (ب) 8 (ج) 10 (د) 12

7 صورة النقطة هي نفسها بالانعكاس في محور X

(أ) (4, -4) (ب) (-4, 4) (ج) (4, 0) (د) (0, 4)

8 انتقال النقطة (-3, -7) وحدتين لأعلى فتصبح صورتها هي النقطة .

(أ) (-1, -7) (ب) (-3, 5) (ج) (-1, -5) (د) (-3, -5)

9 أى مما يلي يصلح أن يكون احتمالاً لحدث ما؟

(أ)  $\frac{1}{3}$  (ب) 1.2 (ج) 75% (د)  $\frac{4}{3}$

## المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية

1 أوجد قيمة مايلي في أبسط صورة:  $\frac{2^{-1} \times 5^3 \times 10^5}{2 \times 10^3 \times 5^4}$

2 اختصر لأبسط صورة:  $(x-3)^2 + (x-2)(x+7)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما  $x = 1$

3 اختصر لأبسط صورة:  $\frac{20x^3 - 30x}{5x} + \frac{10x^2 - 25x}{-5x}$

4 إذا كان  $(2x-5)$  أحد عاملي المقدار  $(6x^2 - 11x - 10)$  فأوجد العامل الآخر.

5 ارسم زاوية قياسها  $75^\circ$  ثم نصفها مستخدمًا المسطرة والفرجار، تأكد من صحة تنصيف الزاوية بالقياس.

6 ارسم في المستوى الإحداثي المثلث ABC حيث A (2, 2)، B (5, 1)، C (4, 4)، ثم ارسم صورته بالدوران O.

$R(180^\circ)$  متبوعًا بالدوران  $R(O, -90^\circ)$ .

7 أقيمت قطعة نفود منتظمة مرتين متتاليتين مع ملاحظة تتابع الصور والكتابات، اكتب قضاء العينة، ثم أوجد

احتمال ظهور صورة واحدة على الأكثر.

### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

- المعكوس الضربي للمعد  $3^{-2}$  هو  
(أ) -6 (ب)  $-\frac{1}{6}$  (ج)  $\frac{1}{9}$  (د) 9
- مجموعة حل المعادلة:  $3x^2 - 1 = 47$  في N تساوي  
(أ)  $\{4, -4\}$  (ب)  $\{-4\}$  (ج)  $\{4\}$  (د)  $\{2\}$
- $2x(3x - 1) =$   
(أ)  $3x(2x - 1)$  (ب)  $6x(x - \frac{1}{3})$  (ج)  $2x(1 - 3x)$  (د)  $6x^2 - 2$
- إذا كان:  $\frac{7x^3}{a} = -1$  فإن:  $a =$   
(أ) 1 (ب) -1 (ج)  $7x^3$  (د)  $-7x^3$
- شبه منحرف مساحته 32 ستمتراً مربعاً وطول قاعدته المتوسطة 8 سم، فإن ارتفاعه = سم.  
(أ) 8 (ب) 4 (ج) 6 (د) 2
- معين مساحته 14 بوصة مربعة وطول أحد قطريه 4 بوصات فإن طول القطر الآخر = سم.  
(أ) 7 (ب) 17.15 (ج) 17.78 (د) 8.89
- ما الانتقال الذي يجعل النقطة  $A'(8, -1)$  صورة النقطة  $A(5, 2)$  ؟  
(أ)  $(-3, 3)$  (ب)  $(3, -3)$  (ج)  $(3, 3)$  (د)  $(-3, -3)$
- صورة النقطة  $(4, -2)$  بالدوران  $R(O, -90^\circ)$  متبوعاً بالدوران  $R(O, 90^\circ)$  هي  
(أ)  $(-2, 4)$  (ب)  $(2, -4)$  (ج)  $(4, -2)$  (د)  $(-4, 2)$
- في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 4 ؟  
(أ)  $\frac{2}{3}$  (ب)  $\frac{1}{3}$  (ج)  $\frac{1}{2}$  (د)  $\frac{1}{6}$

### المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية

- اكتب ناتج ما يأتي بالصيغة العلمية:  $(0.12 \times 10^5) + (0.096 \times 10^8)$
- أوجد في N مجموعة الحل للمتبينة:  $3x + 9 < 6$
- اختصر لأبسط صورة:  $(2x - 9)^2 + (x - 9)(x + 9)$
- اقسم:  $(x^3 - x^2 - 10x + 12)$  على  $(x - 3)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للخارج القسمة عندما  $x = 2$

5 ارسم المثلث ABC الذي فيه:  $AB = 4$  سم،  $AC = 6$  سم،  $BC = 8$  سم، وحدد باستخدام القياس نوع المثلث بالنسبة لقياسات زواياه.

6 ارسم المضلع ABCD حيث  $A(1, 1)$ ،  $B(1, 4)$ ،  $C(3, 3)$ ،  $D(4, 1)$ ، ثم ارسم صورته بالانعكاس في محور Y.

7 في تجربة تكوين عدد من رقمين من مجموعة الأرقام  $\{3, 5, 6\}$ ، اكتب فضاء العينة، ثم أوجد احتمال أن يكون العدد يقبل القسمة على 3.

### 13 تقييم نهائي

راجع إجاباتك في (الصفحة 100)

#### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

- 1 مربع مساحته 121 مترًا مربعًا، فإن محيطه =  
 (أ) 11 (ب) 22 (ج) 44 (د) 40 مترًا.
- 2 أي مما يلي يعبر عن العدد (رُبع مليار) بالصيغة العلمية؟  
 (أ)  $250\,000\,000$  (ب)  $25 \times 10^7$  (ج)  $2.5 \times 10^8$  (د)  $2.5 \times 10^{-8}$
- 3 أي المتباينات التالية يكون أحد حلولها في  $Z$  هو  $x = -7$ ؟  
 (أ)  $x > -6$  (ب)  $x < -6$  (ج)  $x > -7$  (د)  $x < -7$
- 4 إذا كان  $x, y$  هما الجذرين التربيعيين للعدد  $Z$ ، فإن  $x + y =$   
 (أ) 4 (ب)  $Z$  (ج) 0 (د) 2
- 5 مربع مساحته تساوي مساحة مستطيل طوله 9 سم، وعرضه 2 سم، فإن طول قطره =  
 (أ) 18 (ب) 22 (ج) 6 (د) 9 سم.
- 6 شبه منحرف طول إحدى قاعدتيه المتوازيتين 7 سم، وارتفاعه 5 سم، ومساحته تساوي 50 سنتيمترًا مربعًا، فإن طول قاعدته الأخرى =  
 (أ) 12 (ب) 13 (ج) 14 (د) 10 سم.
- 7 صورة النقطة  $A( , )$  بالدوران  $R(0, -90^\circ)$  هي  $A'(5, -2)$ ؟  
 (أ)  $(-2, -5)$  (ب)  $(-5, 2)$  (ج)  $(5, 2)$  (د)  $(2, 5)$
- 8 صورة النقطة  $(5, -2)$  بالانعكاس في محور  $X$  متبوعًا بالانعكاس في محور  $Y$  هي  
 (أ)  $(-5, 2)$  (ب)  $(5, -2)$  (ج)  $(5, 2)$  (د)  $(-5, -2)$
- 9 كيس به 5 كرات زرقاء و3 كرات صفراء و4 كرات حمراء، جميعها متماثلة، عند سحب كرة عشوائيًا من الكيس وملاحظة لونها، ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة صفراء؟  
 (أ)  $\frac{3}{10}$  (ب)  $\frac{3}{4}$  (ج)  $\frac{1}{3}$  (د)  $\frac{1}{4}$

## المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

- 1 إذا كان:  $x = \frac{3}{4}$ ،  $y = \frac{1}{2}$ ، فأوجد قيمة:  $(y-x)^{-2}$
- 2 اختصر لأبسط صورة:  $3x(4x-2) + 2x(3-4x)$ ، ثم أوجد القيمة العددية للمقدار الناتج عند  $x = -1$
- 3 أوجد في Q مجموعة الحل للمعادلة الآتية:  $(x-2)(x+2) = 21$
- 4 أوجد خارج قسمة:  $\frac{8x - 16x^2 - 24x^3}{-4x}$  (حيث المقام  $\neq 0$ )
- 5 ارسم المثلث ABC الذى فيه:  $AB = 6$  سم،  $BC = 8$  سم،  $m(\angle B) = 90^\circ$ ، ثم نصف  $\overline{AC}$  في نقطة D. قس كلًا من  $\overline{BD}$ ،  $\overline{AC}$  هل  $BD = \frac{1}{2}AC$ ؟
- 6 ارسم المثلث ABC الذى رؤوسه  $A(-3, 2)$ ،  $B(1, 5)$ ،  $C(3, 3)$ ، ثم ارسم صورته بالانتقال  $(3, 2)$ .
- 7 من مجموعة الأرقام  $\{2, 4, 5, 7\}$ ، كون عددًا مكونًا من رقمين مختلفين، فإذا اختر أحد هذه الأعداد عشوائيًا، فما احتمال أن يكون هذا العدد رقم أحاده أكبر من عشراته.

## 14 تقييم نهائى

(اجم إنجابك في 100%)

## المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

- 1 رُبع العدد  $2^8$  يساوى  
(أ)  $2^2$  (ب)  $2^6$  (ج)  $2^4$  (د)  $2^7$
- 2 إذا كان:  $-60 = (3x+2)^3 + 4$ ، فإن:  $x =$   
(أ) -4 (ب) -6 (ج) -2 (د) 2
- 3 إذا كان:  $ax^2 + bx + c = (4x-3)^2$ ، فإن قيمة:  $(a-c) - b =$   
(أ) -17 (ب) 31 (ج) 17 (د) -31
- 4 9 ملايين بالصيغة العلمية =  
(أ)  $0.9 \times 10^7$  (ب)  $90 \times 10^5$  (ج)  $9 \times 10^6$  (د)  $900 \times 10^4$
- 5 مساحة مربع طول قطره 7 سم مساحة معين طولاً قطريه 7 سم، 14 سم.  
(أ)  $<$  (ب)  $>$  (ج)  $=$  (د) غير ذلك
- 6 شبه منحرف طول قاعدته الكبرى 12 سم، وطول القاعدة الصغرى نصف طول القاعدة الكبرى، والارتفاع نصف طول القاعدة الصغرى، فإن مساحة شبه المنحرف = ..... سنتيمترًا مربعًا.  
(أ) 216 (ب) 27 (ج) 54 (د) 60
- 7 الدوران حول نقطة الأصل الذى يحول النقطة  $(-9, 0)$  إلى النقطة  $(0, 9)$  تكون زاويته قياسها  
(أ)  $360^\circ$  (ب)  $180^\circ$  (ج)  $270^\circ$  (د)  $90^\circ$



8 إذا كانت A هي صورة النقطة A بالانعكاس في محور Y ، وكانت النقطة A تقع في الربع الرابع، فما الربع الذي تقع فيه النقطة A ؟

(أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع

9 احتمال وقوع الحدث المؤكد يساوي

(أ) 0 (ب) -1 (ج) 1 (د)  $\frac{1}{2}$

### المجموعة الثانية:

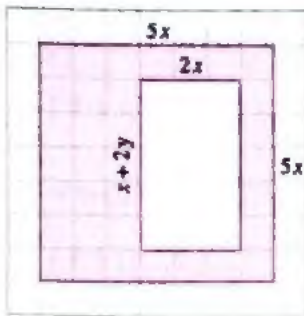
أجب عن الأسئلة الآتية:

1 اكتب ناتج ما يأتي بالصيغة العلمية:  $(1.9 \times 10^{-5}) - (12.3 \times 10^{-4})$

2 أوجد في Z مجموعة حل المتباينة الآتية:  $3x - 7 \geq 5x - 11$

3 أوجد في أبسط صورة: المقدار الجبري الذي يعبر

عن مساحة الجزء المظلل في الشكل المقابل:



4 أوجد قيمة: b التي تجعل  $7x - 5x^2 + 2x^3 + b$  يقبل القسمة على  $(2x - 3)$  (حيث  $x \neq \frac{3}{2}$ )

5 ارسم المثلث XYZ الذي فيه:  $XY = 7$  سم،  $m(\angle X) = 80^\circ$ ،  $m(\angle Z) = 65^\circ$ ، ثم نصف  $(\angle X)$ .

6 ارسم في المستوى الإحداثي المستطيل ABCD حيث  $A(-1, 0)$ ،  $B(2, 0)$ ،  $C(2, 4)$ ،  $D(-1, 4)$ ، ثم ارسم

صورته بالانتقال  $(x, y) \rightarrow (x + 2, y + 3)$  متبوعاً بالانتقال  $(-4, 0)$

7 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة: ما احتمال الحصول على عدد يحقق المتباينة:  $2x - 1 \geq 3$

### 15 تقييم نهائي

500 نك

### المجموعة الأولى:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة

1 في تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة مرتين متتاليتين، ما عدد مرات ظهور صورة على الأقل؟

(أ) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

2  $\frac{1}{4}$  العدد  $4^8$  هو

(أ)  $4^2$  (ب)  $4^4$  (ج)  $4^6$  (د)  $4^7$

3 شبه منحرف ارتفاعه 5.4 سم وطولاه قاعدتيه المتوازيين 8 سم، 10 سم، فإن مساحته تساوي مستقيماً مربعاً.

(أ) 48.6 (ب) 54 (ج) 97.2 (د) 432

4 إذا كان:  $0.000075 = 7.5 \times 10^n$  فما قيمة  $n$  ؟

(أ) -5 (ب) -4 (ج) 4 (د) 5

5  $(x^3 + x^2 + x) \div x =$

(أ)  $x^3 + x^2$  (ب)  $x^2 + x$  (ج)  $x^2 + x + 1$  (د) صفر

6 ما صورة النقطة (3, 4) بالانتقال  $(x, y) \rightarrow (x - 4, y - 2)$  ؟

(أ) (2, 1) (ب) (1, -2) (ج) (-1, 2) (د) (-1, -2)

7 إذا كان:  $x^3 + 124 = -1$  فما قيمة  $x$  ؟

(أ) -5 (ب) -4 (ج) 4 (د) 5

8 ما صورة النقطة (4, -2) بالانعكاس في محور  $X$  ؟

(أ) (-2, -4) (ب) (2, 4) (ج) (-4, 2) (د) (4, 2)

9 معين طولاً قطريه 10 سم، 15 سم، فإن مساحته تساوي مستقيماً مربعاً.

(أ) 37.5 (ب) 75 (ج) 150 (د) 300

## المجموعة الثانية:

أجب عن الأسئلة الآتية:

1 ارسم قطعة مستقيمة طولها 4.5 سم، ثم نصفها باستخدام المسطرة والفرجار.

2 اختصر لأبسط صورة:  $\left(\frac{14}{15}\right)^0 - \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt[3]{\frac{64}{125}}$

3 إذا كان خارج قسمة المقدار:  $(x^3 - 25x)$  على  $(x + 5)$ ، هو  $x^2 + ax$ ، فما قيمة  $a$  ؟

4 اختصر لأبسط صورة المقدار:  $(4n + 3)(4n - 3) - (4n - 3)^2$  ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عند  $n = -1$

5 ارسم على الشبكة التريعية المستطيل ABCD الذي فيه: A (1, 1)، B (3, 1)، C (3, 6)، D (1, 6)،

ثم أوجد صورته بالدوران  $R(O, 90^\circ)$ .

6 ما مجموعة حل المتباينة:  $3x - 2 \leq 4$  في  $N$  ؟

7 في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، ما احتمال الحصول على:

(أ) عدد أكبر من 2 ؟ (ب) عدد أولى أقل من 4 ؟